

# PAP2.1 PAP2.2

**Montag, Dienstag**

**18.10.10 - 17.01.11**

**14:00 Uhr – 17:00 Uhr**

nächste Kurse: SS2011 und September 2011

Jens Wagner

11.10.2011

# Versuchseinteilung

<http://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/kursliste.php>

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG

PHYSIKALISCHES  
I N S T I T U T



Anfänger-Praktikum

Anmeldung

Persönliche Statusseiten

Passwort vergessen?

PI > Einrichtungen > AP

## Aktuelle und angekündigte Kurse

Kurs Nr. Link zur Anmeldung bzw Einteilung	Kurs Link zu Versuchen und Anleitungen	Kurstitel	Typ	Kursbeginn Ende	Vorbespr.
30	APL3	Anfängerpraktikum fuer Lehramt - Teil III	Nachmittag	2010-04-26 2010-07-23	
34	Elek	Aufbau und Inbetriebnahme einfacher elektronischer Schaltungen	Blockkurs	2010-10-04 2010-10-08	
35 Einteilung	PAP2.1	Physikalisches Praktikum II für Physiker B.Sc. und Lehramt APL3 Teil I (Versuche 211-234)	Montag	2010-10-11 2011-01-17	2010-10-11 15:00:00
36 Einteilung	PAP2.2	Physikalisches Praktikum II für Physiker B.Sc. und Lehramt APL3 Teil II (Versuche 241-256)	Dienstag	2010-10-12 2010-12-21	2010-10-11 15:00:00
39 Einteilung	PAP2.1	Physikalisches Praktikum II für Physiker B.Sc. und Lehramt APL3 Teil I (Versuche 211-234)	Dienstag	2010-10-19 2011-01-11	2010-10-11 15:00:00
38	Biot-I	Praktikum für Molekulare Biotechnologen Block I	Blockkurs	2011-01-11 2011-02-04	

# Versuchseinteilung

Anfängerpraktikum, Kursplan für Kurs 35: PAP2.1

Physikalisches Praktikum II für Physiker B.Sc. und Lehramt APL3 Teil I (Versuche 211-234)

Montag, Beginn 2010-10-11, Zeit 14-17

Versuche	Termin	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Tag	18	25	08	15	22	29	06	13	20	10	17
	Monat	Oct	Oct	Nov	Nov	Nov	Nov	Dec	Dec	Dec	Jan	Jan
<b>Gruppe 1</b>	Betreuer	16	16	115	115	109	109	52	113	113	52	
PraktikantInnen	Versuch	211	212	213	221	222	223	232	233	333	234	
	Brinkmann, Moritz											
	Klewin, Sebastian											
	Krispin, Karsten											
	Scherzer, Anne-Christine											
<b>Gruppe 2</b>	Betreuer	16	115	115	109	109	52	110	110	52	16	
PraktikantInnen	Versuch	212	213	221	222	223	232	233	333	234	211	
	Bayha, Luca Xaver											
	Kunkel, Philipp											
	Röhner, Dennis											
	Zimmermann, Johannes											

Betreuer Nr.	Name
16	Thorsten Dietzsch
52	Florian Rößler
109	Sebastian Illing
110	Anton Kurz
113	Nicole Frindt
115	Oswaldo Aquines

# Versuche

## **Mechanik und Thermodynamik**

- 211 Gekoppelte Pendel
- 212 Zähigkeit von Flüssigkeiten
- 213 Kreisel
- 221 Adiabatenkoeffizient  $\kappa = c_p/c_v$
- 222 Heißluftmotor
- 223 Messung der Boltzmannkonstante  
Teil I Brownsche Bewegung

## **Optik**

- 232 Michelson-Interferometer
- 233 Fourieroptik (2-Tages-Versuch)
- 234 Lichtquellen

## **PAP2.1**

## **Elektrizität und Radioaktivität**

- 241 Wechselstromeigenschaften von  
RCL-Gliedern (2-Tages-Versuch)
- 242 Spannungsverstärkung
- 243 Messung der Boltzmannkonstante  
Teil II Thermisches Rauschen
- 245 Induktion

- 251 Statistik
- 252 Aktivierung mit thermischen  
Neutronen
- 253 Absorption von  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen
- 255 Röntgenspektrometer
- 256 Röntgenfluoreszenz

## **PAP2.2**

# Versuchsanleitung

<http://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/anleitungen/pap.php>

	Versuch	Weitere Informationen
211	Gekoppelte Pendel	
212	Zähigkeit	
213	Kreisel	
221	Adiabatenkoeffizient	
222	Heißluftmotor	
223	Brownsche Bewegung	
232	Michelsoninterferometer	
233 333	Fourieroptik	Software zur Auswertung
234	Lichtquellen	
241 341	RCL- Glied	
242	Spannungsverstärkung	
243	Thermisches Rauschen	
245	Induktion	
251	Statistik des radioaktiven Zerfalls	
252	Aktivierung mit thermischen Neutronen	
253	Absorption von $\alpha$ -, $\beta$ - und $\gamma$ - Strahlung	
255	Röntgenspektrometer	
256	Röntgenfluoreszenz	

**Gesamte Anleitung:**

- **Mechanik/Wärme** (2 MB, 04/2010)
- **Optik** (2 MB, 04/2010)
- **Elektrizität/Radioaktivität** (5 MB, 04/2010)

# Persönliche Statusseite

<http://www.physi.uni-heidelberg.de/cgi-bin/ap/ap-status.pl>

**PAP1:**  
**Physikalisches Praktikum I für Physiker B.Sc., Blockkurs Nachmittag**

[page](#)

**Beginn 2010-09-01, Mo Di Mi Do Fr 13:30-16:30, meine Gruppe: 2**

## Aktuelle Hinweise

Das neue Datenbanksystem des AP ist im Aufbau. Wir sind Ihnen dankbar, wenn Sie Probleme und Verbesserungsvorschläge per Email an [glassel@physi.uni-heidelberg](mailto:glassel@physi.uni-heidelberg) melden.

Meine Emailadresse:

Meine Telefonnummer:

preferred language

Partner:



## Versuchsliste

Noten (-|0|+|++): V: Vortestat, D: Durchführung und Auswertung

Kurs 27	Versuch	am	Zeit	Status	zurück am	V	D	Beurteilung	Bemerkung	Meine Bewertung des Versuchs	Letzter Eintrag	Betreuer	Email
PAP1	11	02.09.10	13:30-16:30	testiert			ok			bewertet, danke	03.09.10	Andreas Lemke	<a href="mailto:andreas.lemke@medma.uni-heidelberg.de">andreas.lemke@medma.uni-heidelberg.de</a>
PAP1	13	06.09.10	13:30-16:30	testiert	10.09.10	-	0			bewertet, danke	13.09.10	Vanessa Simon	<a href="mailto:vsimon@triumf.ca">vsimon@triumf.ca</a>
PAP1	14	07.09.10	13:30-16:30	testiert	11.09.10	0	0			bewertet, danke	13.09.10	Vanessa Simon	<a href="mailto:vsimon@triumf.ca">vsimon@triumf.ca</a>
PAP1	15	09.09.10	13:30-16:30	testiert	14.09.10	-	0			bewertet, danke	17.09.10	Simon Konstandin	<a href="mailto:simon.konstandin@medma.uni-heidelberg.de">simon.konstandin@medma.uni-heidelberg.de</a>
PAP1	21	10.09.10	13:30-16:30	testiert		+	+			bewertet, danke	16.09.10	Sebastian Baier	<a href="mailto:sebastian.baier@medma.uni-heidelberg.de">sebastian.baier@medma.uni-heidelberg.de</a>
PAP1	22	13.09.10	13:30-16:30	testiert		-	0			bewertet, danke	18.09.10	Florian Lietzmann	<a href="mailto:florian.lietzmann@medma.uni-heidelberg.de">florian.lietzmann@medma.uni-heidelberg.de</a>

# Ablauf

- Jeder Studierende muss **2 x 9 Versuche** zusammen mit einem Praktikumpartner durchführen.
- Zu Beginn des Versuchs findet eine **Überprüfung der Vorbereitung** durch den Versuchsassistenten statt. Die Leistungen werden benotet. Falls die Vorbereitung unzureichend ist, kann der Versuch nicht durchgeführt werden und muss am Praktikumsende nachgeholt werden.
- Nachdem die Messungen erfolgreich durchgeführt wurden, unterschreibt der Assistent die Messdaten im Protokollheft und trägt die Note in die Testatdatenbank ein.

 **Vortestat**

# Ablauf

- Nach der Versuchsdurchführung müssen Sie den Versuch auswerten und ein **eigenformuliertes, handschriftliches Protokoll** anfertigen.
- Diagramme und Grafiken können und sollen sogar bei einigen Versuchen mit dem **Computer** erstellt werden. Dabei müssen die angewandten Methoden im Protokoll erkennbar und Berechnungen zusätzlich dokumentiert werden.
- Die Protokolle sollen möglichst am **folgenden Praktikumstermin** in die jeweiligen Fächer im Assistentenraum abgegeben werden. Der Assistent korrigiert die Auswertungen und legt sie in das Fach mit der entsprechenden Gruppennummer.
- Wenn die Ausarbeitung in Ordnung ist, erstellt der Assistent das **Haupttestat**, indem er das Protokoll abzeichnet und den Versuch in die Datenbank einträgt. Falls nicht, haben Sie nochmals die Möglichkeit die Ausarbeitung **nachzubessern und erneut abzugeben**. Auch die Ausarbeitung wird durch den Versuchsbetreuer benotet.
- Ein Versuch ist erfolgreich abgeschlossen, wenn sowohl das Vor- als auch das Haupttestat in der Datenbank eingetragen ist.



# Ablauf

- Die Ausarbeitung kann in **Zusammenarbeit** erfolgen, jedoch müssen beide Partner/innen jeweils eine eigene, selbstformulierte handschriftliche Ausarbeitung in einem gebundenen Heft/Buch abgeben.
- Auf dem Heft muss der **Name**, die **Gruppen-Nummer** sowie die **Versuchsnummern** der im Heft enthaltenen Ausarbeitungen enthalten sein.
- Im **Protokoll** sollten folgende Punkte enthalten sein:
  - \* Überschrift und Versuchsnummer
  - \* Einleitung: Formulierung der theoretischen Grundlagen. Begriffe und Gesetze die zum Verständnis des Versuchs erforderlich sind (ca. 1 Seite, aber nicht die Anleitung abschreiben)
  - \* Skizze und Beschreibung der Versuchsanordnung (schematisch, Schaltplan bei elektrischen Schaltungen).
  - \* Alle Abkürzungen die in den Formeln vorkommen, müssen erklärt sein, evtl. mit Hilfe der Skizze der Apparatur.
  - \* Knappe aber vollständige Angaben über das Messverfahren, soweit dies nicht völlig selbstverständlich ist. Das Protokoll muss selbsterklärend sein!

# Ablauf

- \* Präsentation der Messergebnisse in Form von Tabellen und Diagrammen, die klar und ausreichend beschriftet sein müssen.
- \* Bei der Auswertung müssen alle Zwischenrechnungen im Protokollheft ausgeführt werden. Die Messergebnisse sind, soweit vorhanden, mit Literaturwerten zu vergleichen.
- \* Fehlerrechnung
- \* Zusammenfassung und kritische Diskussion.

Die Ausarbeitung eines Versuchs muss so geschrieben werden, dass eine dritte Person die nicht mit dem Versuch vertraut ist, das Experiment, die Datenauswertung und die Messergebnisse ohne Zuhilfenahme weiterer Quellen, verstehen kann.



**Zügige Bearbeitung der Auswertungen !!!**

höchstens drei fehlende Auswertungen von  
vorausgegangenen Versuchen !

# Benotung

-	(noch) ausreichend
o	gut bis befriedigend
+	hervorragend

Bei besonders hervorragender Leistung kann auch die Note ++ erteilt werden!

**Am Ende des Praktikums haben Sie insgesamt 40 Einzelnoten, die alle gleich gewichtet werden**

Hat ein/e Student/in

- 100 % + → Note: 1,0
- 50 % + und 50 % O → Note: 1,7
- 100 % o → Note: 2,7
- 50 % o und 50 % - → Note: 3,3
- 100 % - → Note: 4,0

**In begründeten Fällen haben Sie ein Vetorecht!**

# Fortgeschrittene Methoden der Datenauswertung

- Im ersten Teil des Praktikums (PAP1): Fehlerrechnung, Handdiagramme  
Mittelwert, Standardabweichung, Fehler des Mittelwerts, Fehlerfortpflanzung
- jetzt im AP2:
  - Anpassung von Daten an theoretische Vorhersagen  
und Bestimmung von Parametern
  - Erstellung 'professioneller' Diagramme
  - Nutzung der Statistiksoftware (ORIGIN)

**Steht für Studierende der Universität Heidelberg kostenlos zur Verfügung!**

<http://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Software.php>

## Origin 8.1



Origin ist eine Software zur Datenanalyse und -visualisierung. Es bietet eine umfassende Plattform für Wissenschaftler und Ingenieure, die ihre Daten darstellen, analysieren und für professionelle Präsentationen aufbereiten müssen.

Für die Universität hat das URZ eine Campuslizenz abgeschlossen. Diese Lizenz ist für alle Mitarbeiter und Studierende (zusätzlich mit einer Home-Use-Option) verfügbar. Der Lizenzzeitraum geht erstreckt sich jeweils vom 1. Januar bis 31. Dezember.

[Download im URZ](#)

[Deutschsprachige Anleitung](#)

[Video Tutorials: Einführung in Origin 8.1](#)

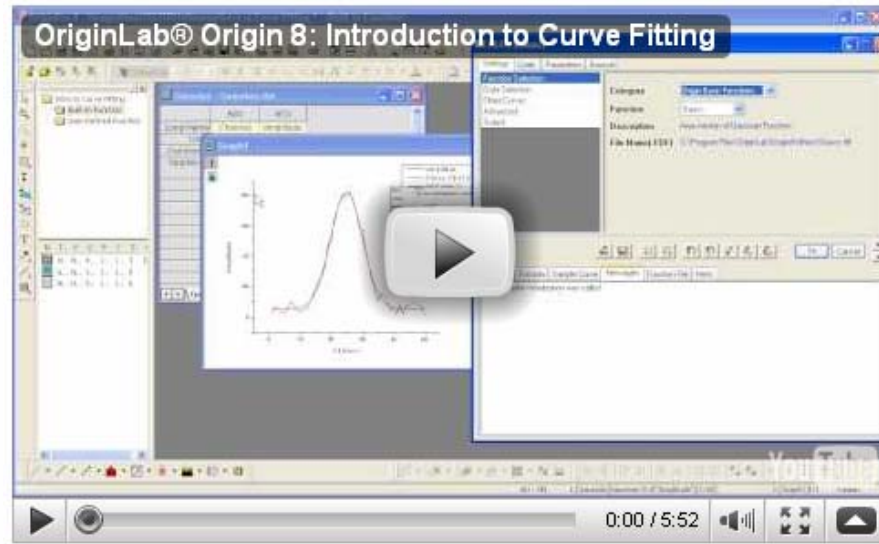
# Videotutorials



OriginLab® Origin 8.1: Importing Data Part 1

0:00 / 6:16

This video tutorial shows the initial steps of importing data into Origin 8.1. The interface displays the 'Import' dialog box with various options for file location and format. A large play button is overlaid on the center of the screenshot.



OriginLab® Origin 8: Introduction to Curve Fitting

0:00 / 5:52

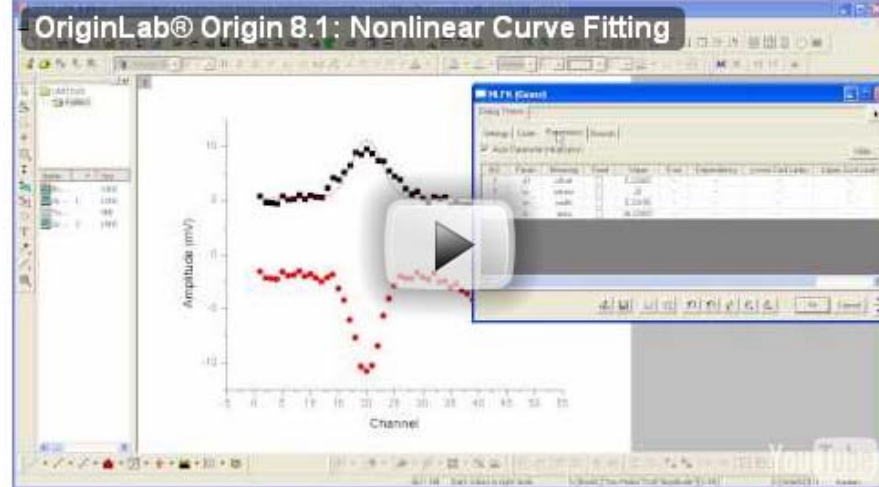
This video tutorial provides an introduction to the curve fitting capabilities of Origin 8. The main window shows a graph with a data series and a fitted curve. A 'Fit Wizard' dialog box is open, showing the 'Fit Function' list. A large play button is overlaid on the center of the screenshot.



OriginLab® Origin 8.1: Importing Data Part 2

0:00 / 4:20

This video tutorial continues the data import process from Part 1. It shows the 'Import' dialog box with the 'Import Options' tab selected, detailing the 'Import Options' for the data. A large play button is overlaid on the center of the screenshot.



OriginLab® Origin 8.1: Nonlinear Curve Fitting

0:00 / 4:20

This video tutorial demonstrates nonlinear curve fitting. The graph shows 'Amplitude (mV)' on the y-axis and 'Channel' on the x-axis. Data points are plotted in black and red, with a fitted curve overlaid. A 'Fit Wizard' dialog box is open, showing the 'Fit Function' list. A large play button is overlaid on the center of the screenshot.



# Kurzeinführung Origin

Di, 12.10 :15:00 Uhr -16:30 Uhr

Mi, 13.10 :13:30 Uhr -15:00 Uhr

Mi, 13.10 :15:30 Uhr -17:00 Uhr

Do, 14.10 :15:00 Uhr -16:30 Uhr

Max. 20 Teilnehmer pro Kurs

Bei Bedarf weitere Kurse nächste Woche





# Wiederholung der Grundlagen aus dem Praktikum 1

# Systematische Fehler

Führen zu einseitigen Abweichungen vom „wahren Wert“. Eine Wiederholung der Messung zeigt immer die gleiche Abweichung. Der Messwert ist entweder immer größer oder immer kleiner als der „wahre Wert“.

Ursachen:

## Unvollkommenheit der Messgeräte

▶ Eich- und Justierfehler, Nichtlinearität, Reibung, ....  
teilweise bekannt (Herstellerangaben: Genauigkeitsklassen)

## Rückwirkung des Messgerätes oder des Messprozesses auf das Messobjekt

▶ Innenwiderstand, Verformung (Messung der Dicke eines Haars), Erhitzung  
(Temperaturmessung mit einem Widerstandsthermometer)

## Umwelteinflüsse

▶ Auftrieb, elektromagnetische Felder, Temperatur, Luftfeuchtigkeit,....  
▶ Alterung eines Messgeräts (Oxidation → Kontaktwiderstände)

Können in vielen Fällen korrigiert werden

## Zufällige oder Statistische Fehler

- Wiederholt man Messungen an **demselben Messobjekt** mit **demselben Messgerät** unter **gleichen Bedingungen**, so werden sich die einzelnen Messwerte trotzdem aufgrund der unterschiedlichen statistischen Abweichung voneinander unterscheiden.
- Statistische Fehler streuen nicht wie systematische Fehler einseitig, sondern „links“ **und** „rechts“ um den wahren Wert. (In vielen Fällen sogar symmetrisch um den wahren Wert.)
- Zufällige Abweichungen sind **unvermeidlich** und nicht exakt erfassbar. Die Größe zufälliger Messabweichungen kann aus Vielfachmessungen, mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsaussagen bestimmt werden. Durch Mehrfachmessungen können solche Fehler prinzipiell beliebig klein gehalten werden.



Im folgenden beschäftigen wir uns nur  
mit statistischen Fehlern !

**Wiederholung der Basics aus dem Praktikum I:**

- **Mittelwert**
- **Standardabweichung**
- **Gaußverteilung**

Um statistische Fehler zu bestimmen müssen mehrere Messungen unter **gleichen Versuchsbedingungen** durchgeführt werden.

→ Stichprobe von N Messungen

Beispiel: Ergebnisse einer 20-maligen Spannungsmessung

Nr.	$x$ [V]	Nr.	$x$ [V]	Nr.	$x$ [V]	Nr.	$x$ [V]
1	5,070	6	5,039	11	5,053	16	5,038
2	5,073	7	5,043	12	5,054	17	5,058
3	5,031	8	5,034	13	5,078	18	5,040
4	5,024	9	5,034	14	5,071	19	5,071
5	5,034	10	5,079	15	5,050	20	5,051

**Gesucht: Beste Schätzung des wahren Wertes  $x_w$**

## Mittelwert

Es ist nicht möglich aus  $n$  Messungen ( $x_1, \dots, x_n$ ) den „wahren Wert“ der Messgröße  $x_w$  zu bestimmen.

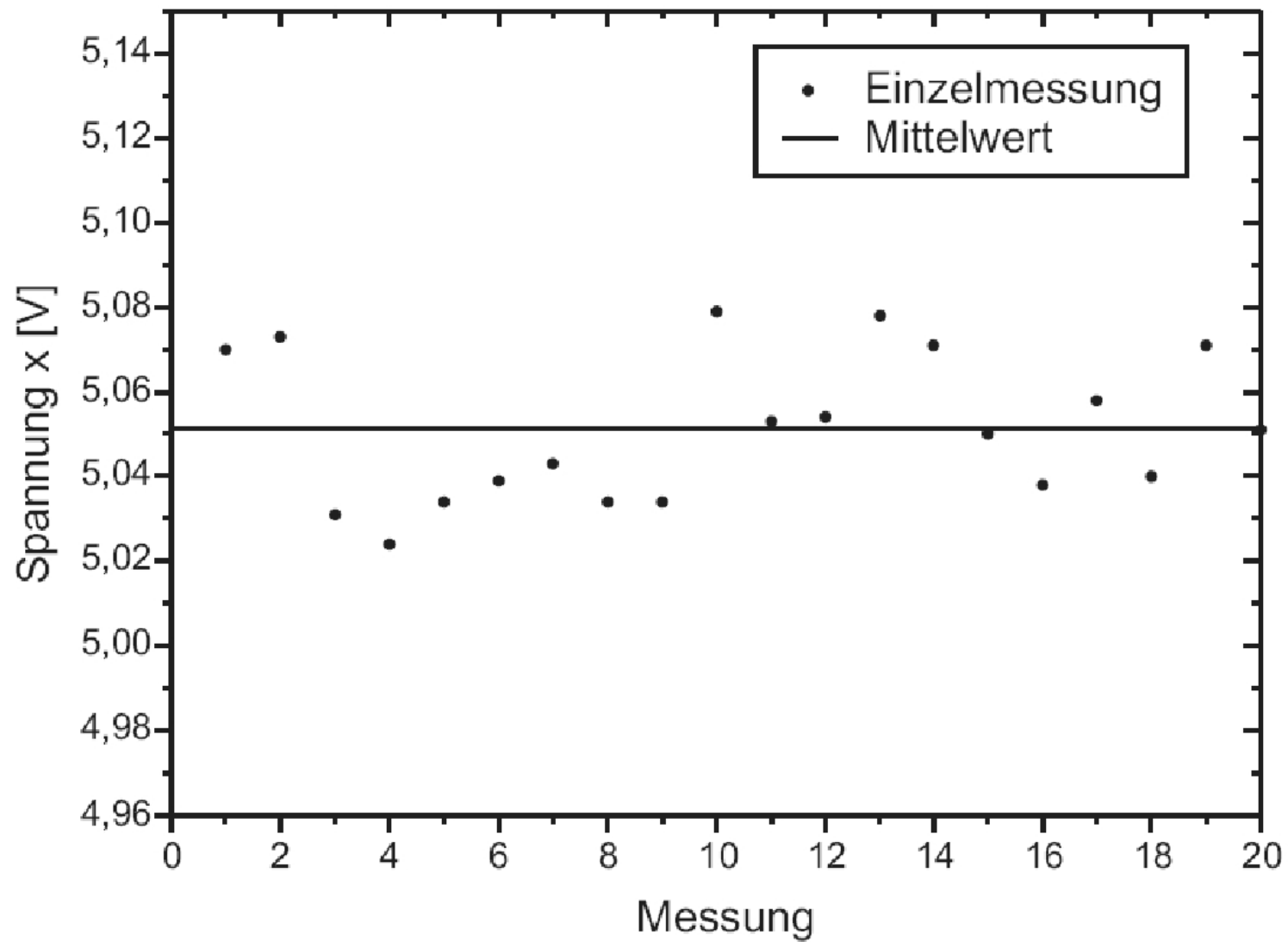
Aber:

Der beste Schätzwert für  $x_w$  ist durch den **Mittelwert** (bzw. das arithmetische Mittel) aller Messungen gegeben:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

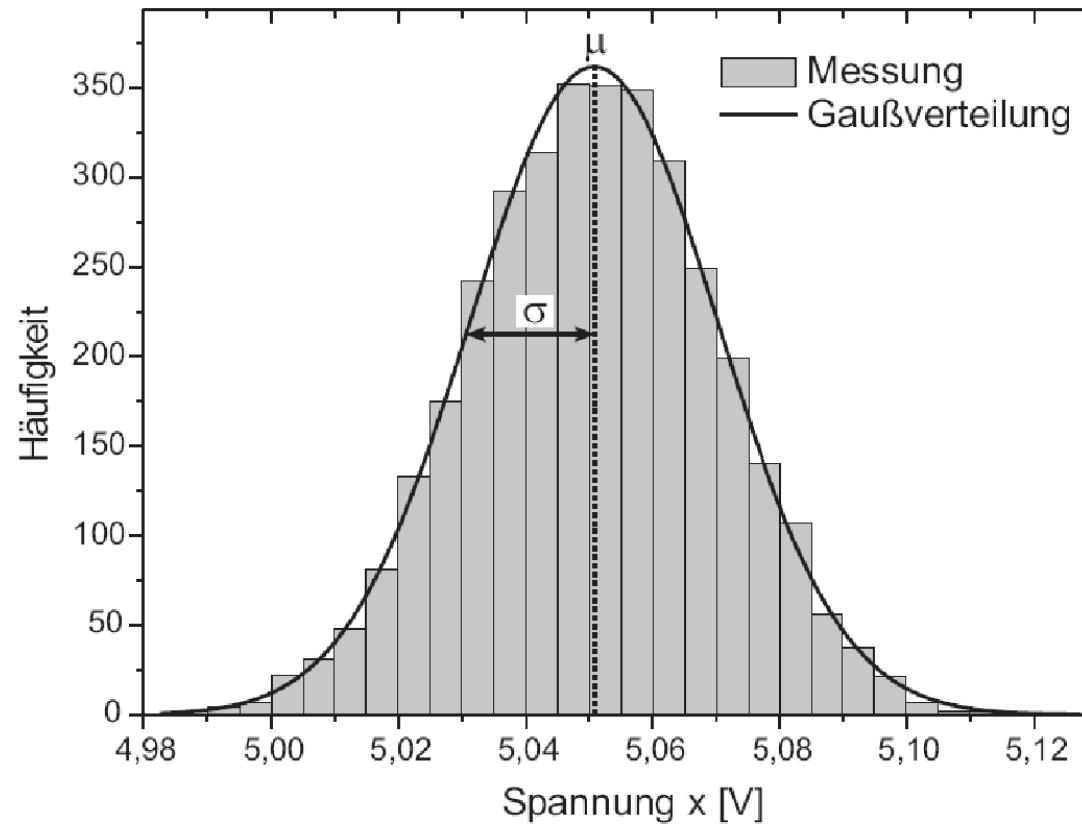
Wenn alle systematischen Fehler vermieden werden, kommt das arithmetische Mittel mit wachsender Zahl  $n$  dem wahren Wert  $x_w$  immer näher:

$$x_w = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



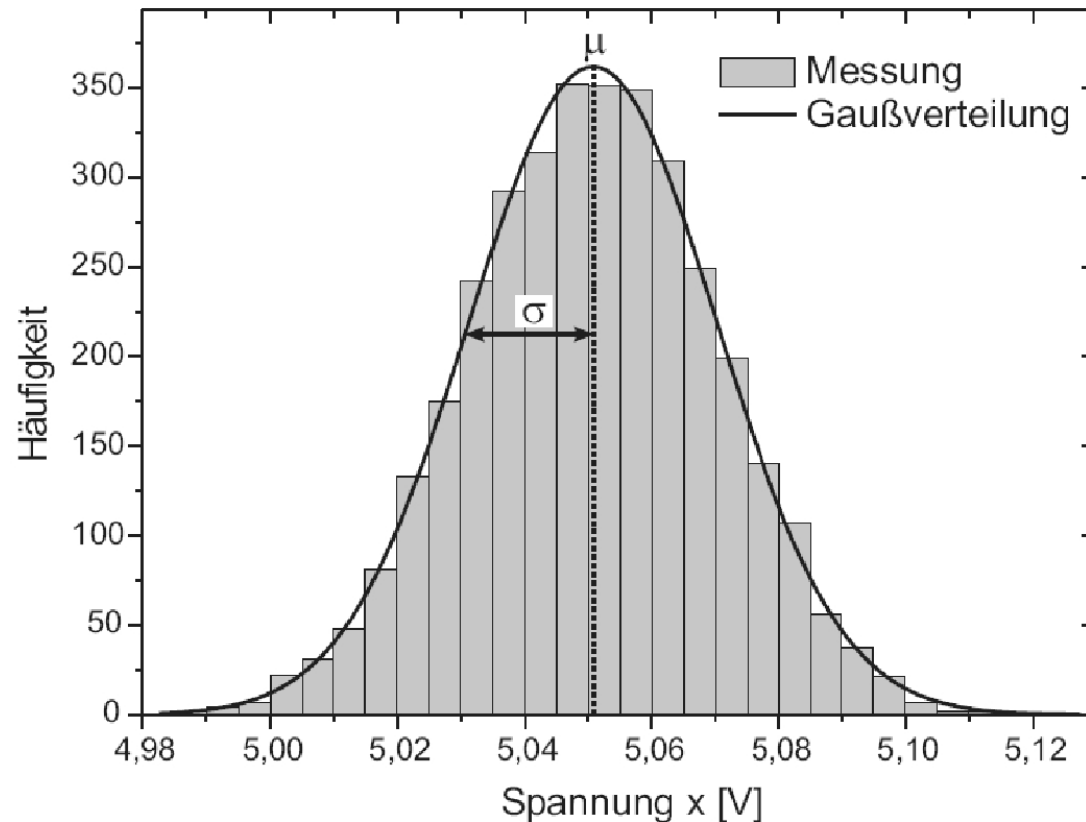
# Welche Aussagen können über die Genauigkeit der Messung gemacht werden?

→ Histogramm





# Gaussverteilung



Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\mu - x)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$\mu$  = wahrscheinlichster Wert

$\sigma$  = Breite der Verteilung

$$\int_a^b P(x) dx$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx = 1$$

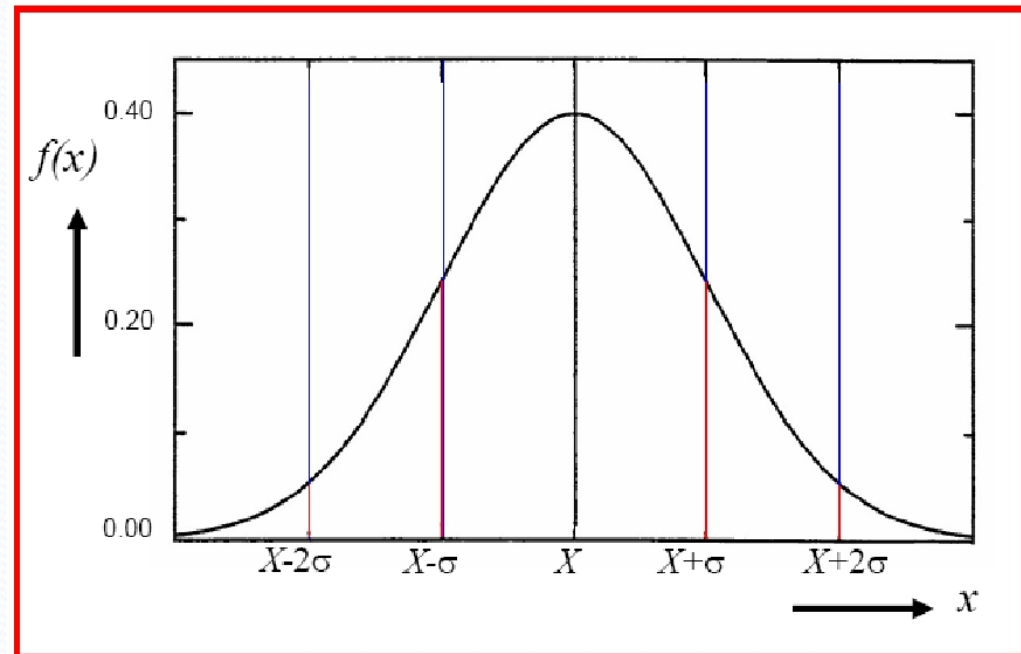
Interpretation:

- Wahrscheinlichster Wert  $\mu$  ist die beste Schätzung des „wahren Wertes“
- Breite  $\sigma$  der Verteilung ist ein Maß für die Messgenauigkeit !

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} P(x) dx = 68,3\%$$

$$\int_{-2\sigma}^{2\sigma} P(x) dx = 95,5\%$$

$$\int_{-3\sigma}^{3\sigma} P(x) dx = 99,7\%$$



Es gilt

$$1. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \mu$$

Der Mittelwert ist die beste Schätzung  
des wahren Wertes !

$$2. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S'_E = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} = \sigma$$

$$S'_E = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}$$

$S'_E$  heißt Standardabweichung und ist ein  
Maß für die Genauigkeit einer Messreihe

Bei einer hinreichend großen Anzahl von Einzelmessungen, sind  
 $\bar{x}$  und  $S'_E$  „gute“ Schätzwerte für  $\mu$  und  $\sigma$ .

# Fehler des Mittelwertes

Der Mittelwert ist natürlich genauer als eine Einzelmessung:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i$$

Fehler der Einzelmessung  $x_i$ :  $\Delta x_i = S_E$

Fehler des Mittelwertes  $\bar{x}$ :  $\Delta \bar{x} = S_M$

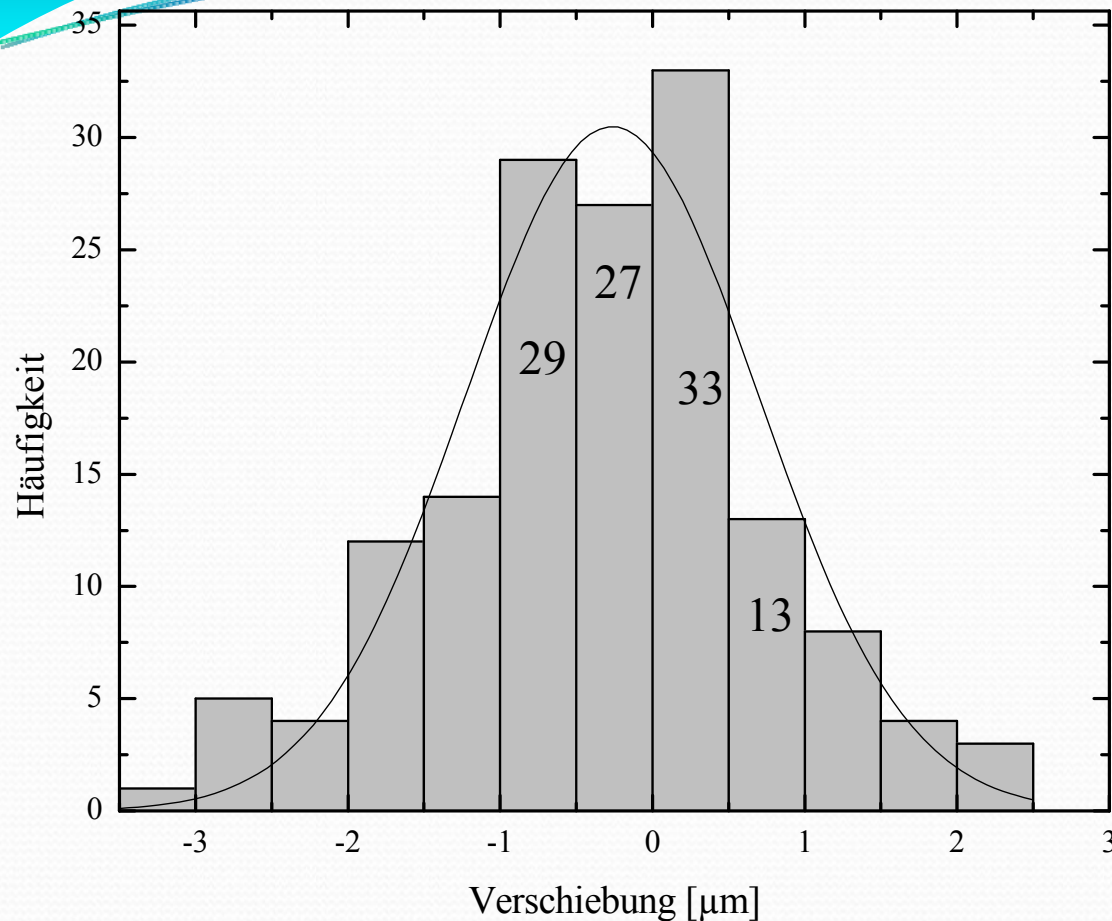
$$S_M = \frac{1}{N} \sqrt{\sum (\Delta x_i)^2} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum S_E^2} = \frac{1}{N} \sqrt{N S_E^2} = \frac{\sqrt{N}}{N} S_E = \frac{S_E}{\sqrt{N}}$$

**Messergebnis:**  $\bar{x} \pm S_M$

**Interpretation:**

Als beste Schätzung für den „wahren Wert“ wurde bei einer Messung der Wert  $\bar{x}$  bestimmt. Der wahre Wert liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% im Intervall  $[\bar{x} - S_M, \bar{x} + S_M]$ .

# Versuch Brownsche Bewegung



**Es wurde 153 mal die Position eines Partikels gemessen und daraus die Verschiebung berechnet**

$$(29+27+33+13)/153 = 102/153 = 66,6\%$$

1 Spaltenstatistik (23.03.2009 14:58:40)

- Hinweise
- Eingabedaten
- Deskriptive Statistik

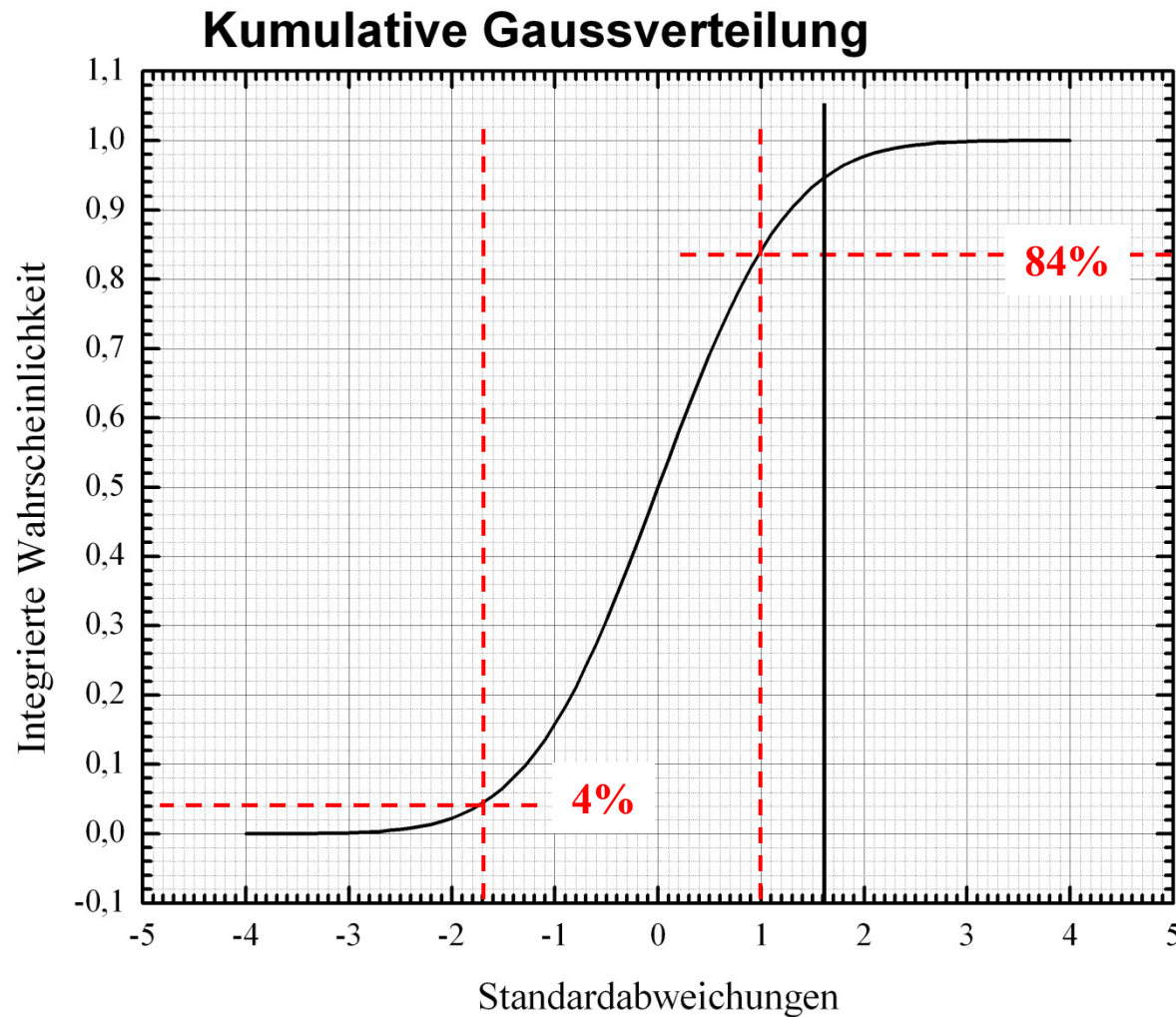
	N gesamt	Mittelwert	Standardabweichung	Summe	Minimum	Median	Maximum
dx	153	-0,35787	1,07774	-54,754	-3,388	-0,328	2,405

**Beispiel**

**Studenten haben eine Größe  $g = (1.79 \pm 0.11)$  m  
Wieviel % haben eine Größe zwischen 1.6 m und 1.9m ?**

**Die Grenzwerte liegen  $(1.6-1.79)/0.11 = -1.7$  Standardabweichungen bzw.  
 $(1.9 -1.79)/0.11 = +1.0$  SD vom Mittelwert entfernt**

**→ Antwort: fuer 80% der Studenten gilt  $1.6 < g < 1.9$**



$$\int_{-\infty}^{x'} G(x; \mu, \sigma) dx$$

80%

# Die Poissonverteilung für 'Zählexperimente'

In Experimenten werden häufig Messgrößen durch die Zählung von Ereignissen bestimmt:

- Zerfallsrate eines radioaktiven Präparats (Aktivität)
- Wirkungsquerschnitt aus der Zahl der gestreuten Teilchen in einem Detektor
- Zahl der Photonen/s in einem Photovervielfacher
- etc.....

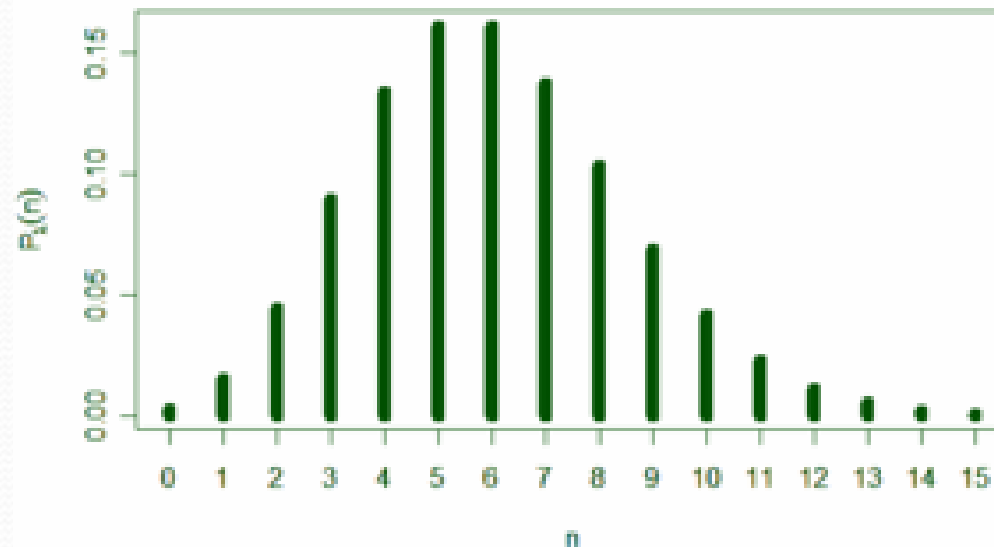
Auch diese Ereigniszahlen haben statistische Schwankungen, damit haben auch die daraus abgeleiteten Messgrößen Fehler

Die statistische Verteilung dafür ist die **Poissonverteilung**

$$P(n, \mu) = \frac{1}{n!} e^{-\mu} \mu^n$$

$n$  = Zahl der Ereignisse  
 $\mu$  = Erwartungswert

$\mu = 6.2$

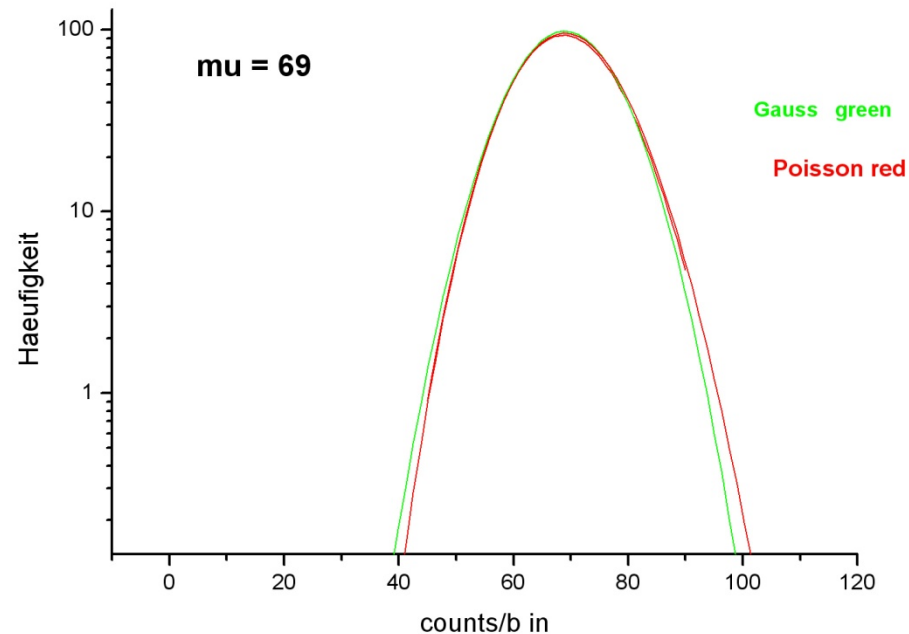
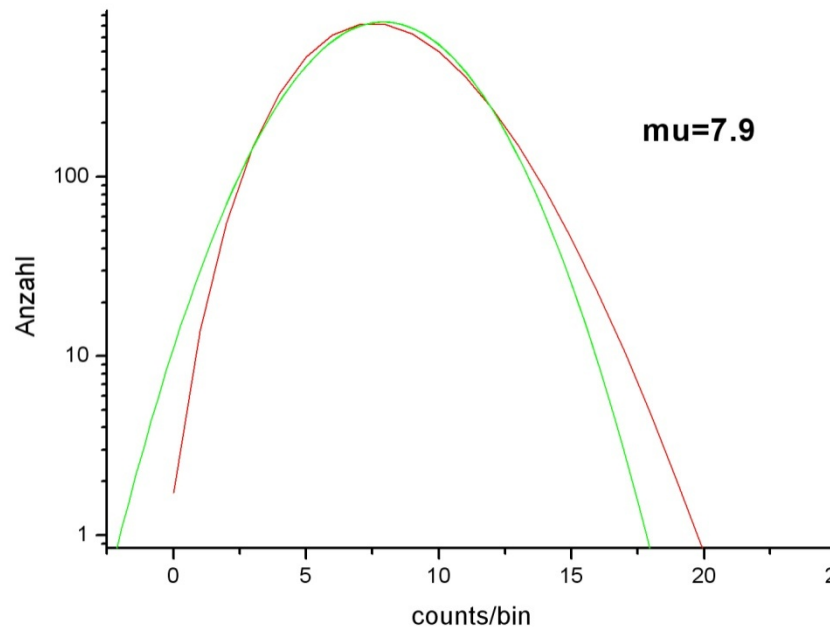


# Eigenschaften der Poissonverteilung:

- Die Verteilung hat nur einen freien Parameter: den Mittelwert  $\mu$
- Für die Breite der Verteilung  $\sigma$  gilt:  $\sigma = \sqrt{\mu}$

Hierauf beruht das  $\sqrt{N}$ -Gesetz bei der Fehlerbestimmung von gezählten Größen.

- für große Werte von  $\mu$  ist die Verteilung in guter Näherung gaussverteilt mit Mittelwert  $\mu$  und Breite  $\sigma = \sqrt{\mu}$





Der statistische Fehler für eine grosse Ereigniszahl  $N$  ist **'Gaussverteilt'** mit einer Standardabweichung  $\sigma = \sqrt{N}$

**Gross ist relativ: wir nutzen diesen Fehler bereits für  $N \geq 10$  !!**

*Beispiel:*

*Gemessen wird die Aktivität (Zahl der Zerfälle/s) eines radioaktiven Präparats:*

In 1 Minute wurden  $N=105$  Zerfälle gemessen. Wie gross ist die Aktivität?

$$A = 105/60s = 1,75 \text{ Bequerel}$$

$$\Delta A = \sqrt{105}/60s = 0,17 \text{ Bequerel}$$

$$\rightarrow A = (1,75 \pm 0,17) \text{ Bequerel}$$

Wieviele Zerfälle müssten gemessen werden um  $A$  auf 1 % genau zu messen?

$$\rightarrow \Delta N/N = \sqrt{N}/N = 1/\sqrt{N} = 0.01 \rightarrow N = 10000$$

## Teil 2 Datenanpassung

# Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate ( $\chi^2$ )

- Anpassung von Funktionen an Daten und Bestimmung von Parametern
- Test einer theoretischen Vorhersage oder Entscheidung zwischen verschiedenen Hypothesen

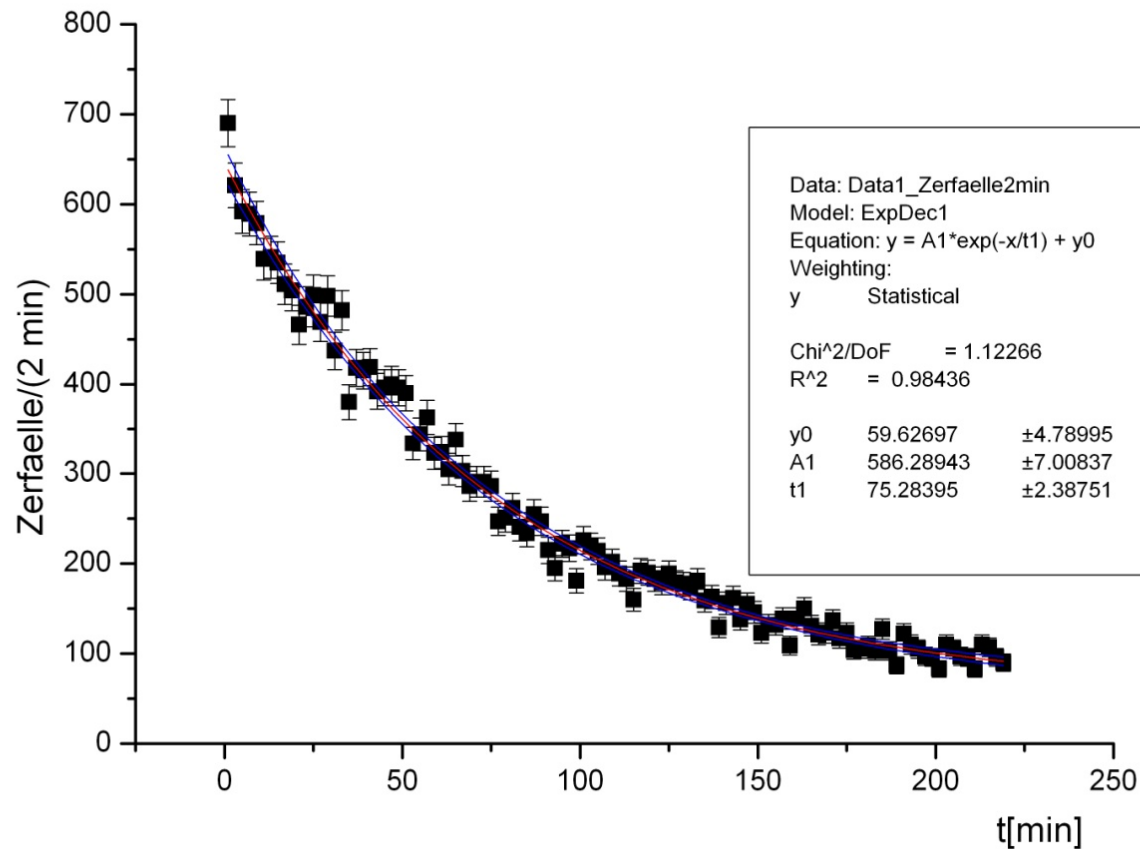
# Anpassung von Funktionen an Daten und Bestimmung von Parametern

## Typische Anwendungen

- Bestimmung der Zerfallszeit  $\tau$  eines Präparats durch Messung von

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau)$$

*Hier sind die beiden Parameter  $\tau$  und  $N_0$  aus den Daten zu bestimmen.*



# Test einer theoretischen Vorhersage oder Entscheidung zwischen verschiedenen Hypothesen

Modell 1: Gluon hat Spin 0

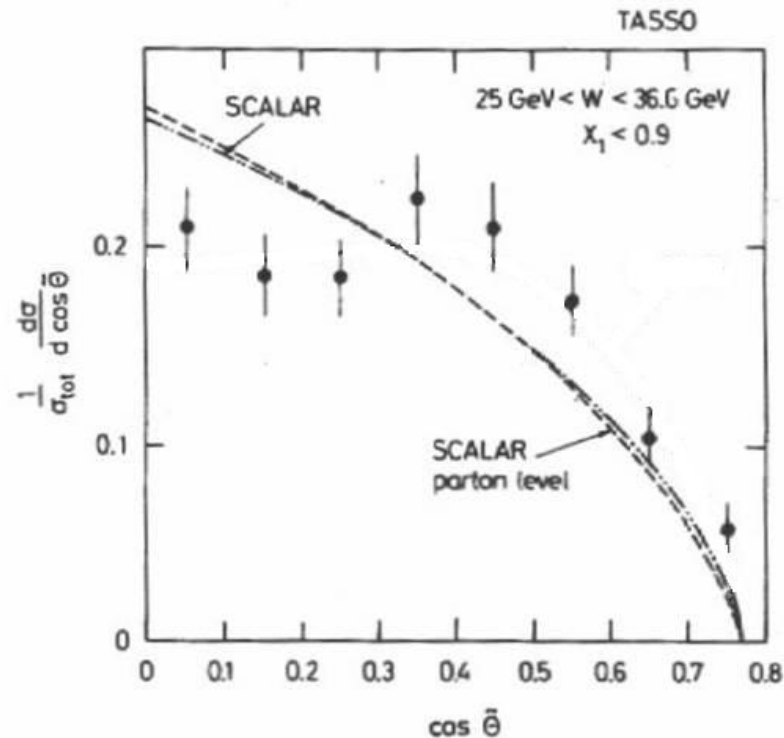
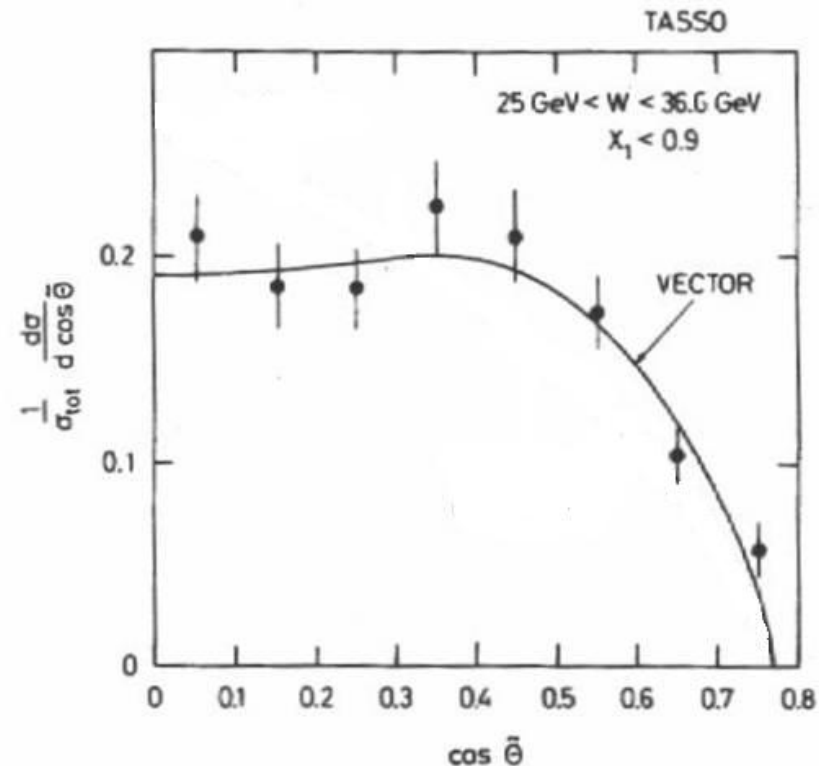


Abb.: Welchen Spin hat das Gluon?

Modell 2: Gluon hat Spin 1

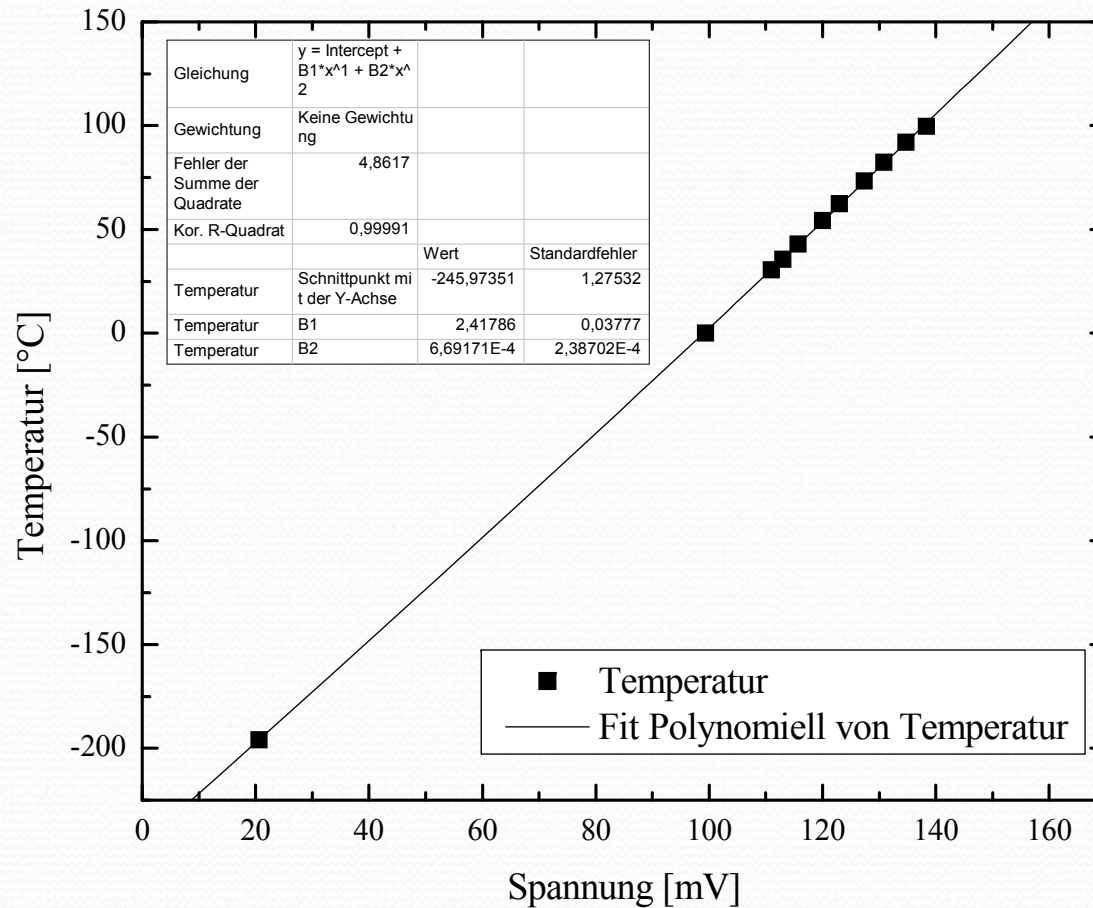


Ist mit dieser Messung der Spin  $S=0$  ausgeschlossen?

Wie gut passt Spin 1 zu den Messungen

Die Fitmethode muss Wahrscheinlichkeitsaussagen liefern

- **Parametrisierung von Messungen durch eine 'passende' Funktion**  
z.B. durch die 'Allzweckwaffe' Polynom.  
Typisches Beispiel: Eichkurve eines Instruments.



**Abb. Eichung eines PT100 Thermometers**

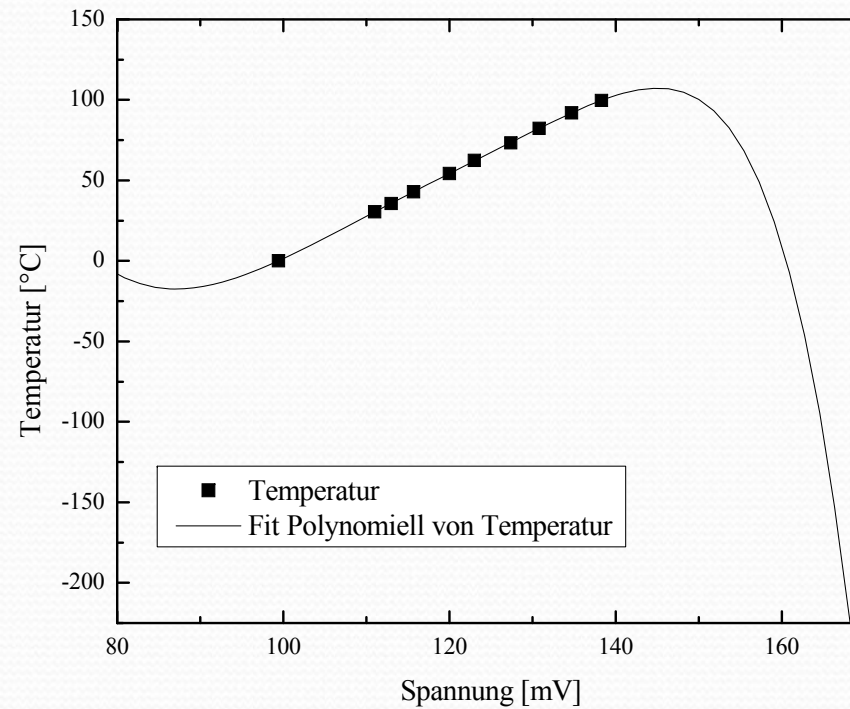
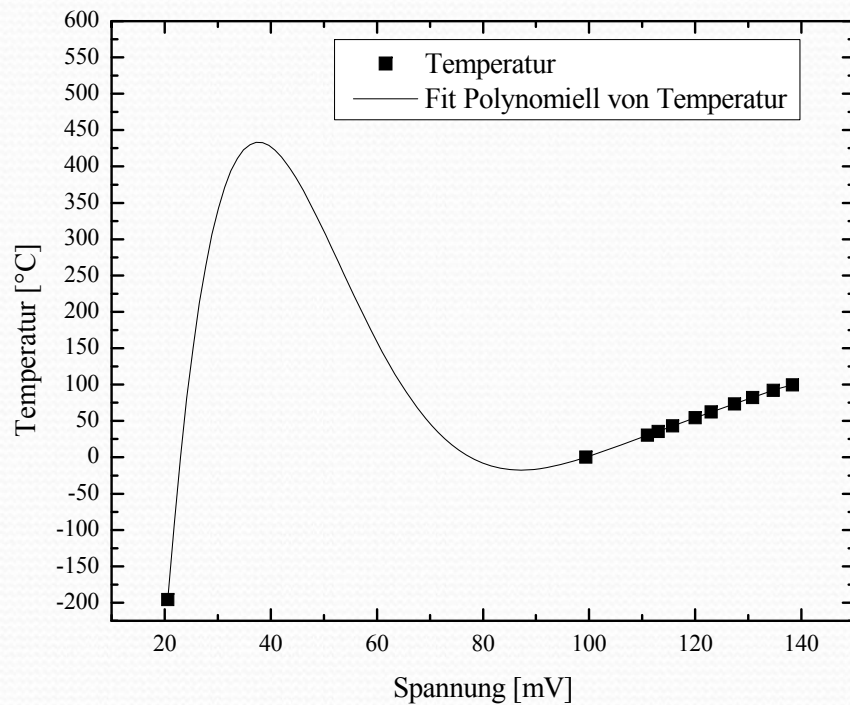
**Fit der Daten durch ein Polynom 2. Grades**  
Damit kann das Instrument jetzt zur Temperaturmessung genutzt werden

# Vorsicht mit Polynomen hoher Ordnung

!!!

Nur sinnvoll wenn ausreichend viele Daten vorhanden sind. Interpolation oft nicht möglich.

Extrapolation oft nicht möglich

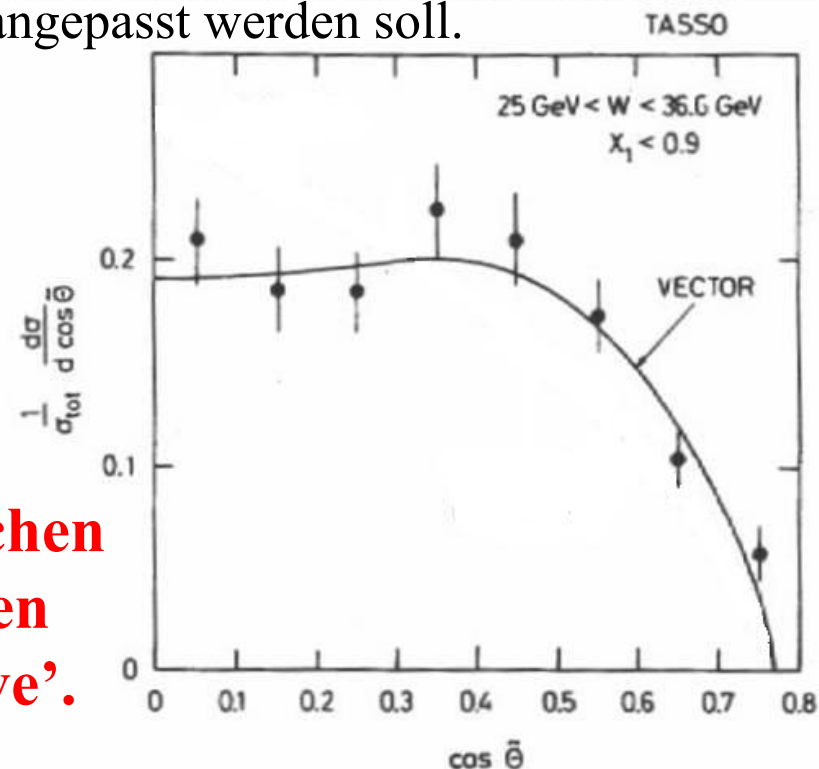


## Die $\chi^2$ – Methode (für normalverteilte statistische Fehler)

- Gegeben seien N Messwerte  $y_i$  an den Stellen  $x_i$  mit statistischen Fehlern  $\sigma_i$ . Die Beziehung zwischen  $x$  und  $y$  sei durch eine Funktion  $y = f(x)$  gegeben, die an die Messdaten angepasst werden soll.
- Die  $\chi^2$  Funktion ist definiert durch:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

**$\chi^2$  misst die Zahl der quadratischen Standardabweichungen zwischen Datenpunkten und der 'Fitkurve'.**



- Die math. Statistik liefert den Beweis, dass die beste Kurvenanpassung erreicht wird, wenn  $\chi^2$  minimiert wird.
- Die besten Schätzwerte für die Parameter der Funktion sind die, welche das Minimum von  $\chi^2$  liefern.

## Begründung der $\chi^2$ - Methode

Wenn die Abweichungen der Messwerte vom wahren Wert gaussverteilt sind, dann ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung den Wert  $y_i$  zu messen gegeben durch:

$$P(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i}\right)^2}$$

Die Wahrscheinlichkeit, eine Messreihe von N Messungen  $\{x_i, y_i\}$  zu bekommen ist dann gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten für jeden einzelnen Messpunkt:

$$P_{ges} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i}\right)^2\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} \exp\left(-\frac{1}{2} \chi^2\right)$$

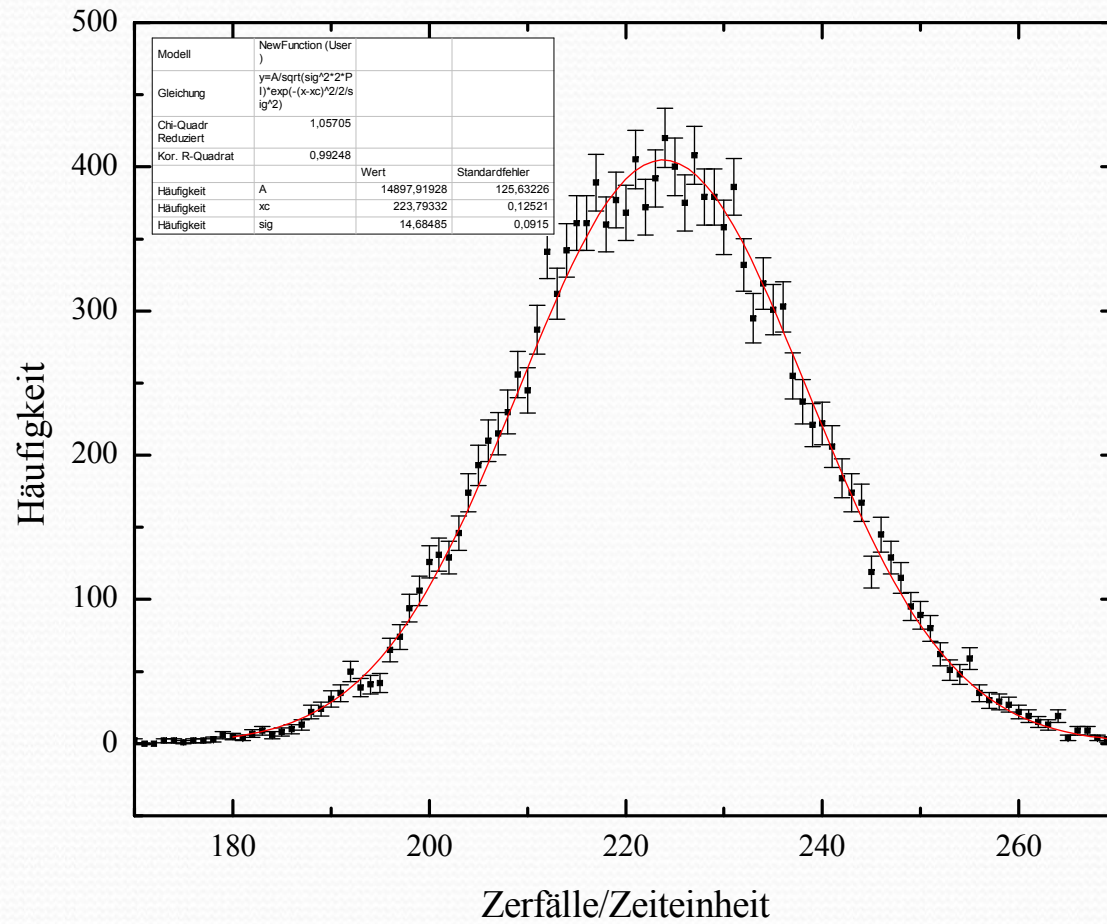
**Wenn die Wahrscheinlichkeit maximiert werden soll, dann muss die Summe im Exponentialterm von  $P\{x,y\}$  minimiert werden, also die Summe der quadratischen Abweichungen  $\chi^2$ .**



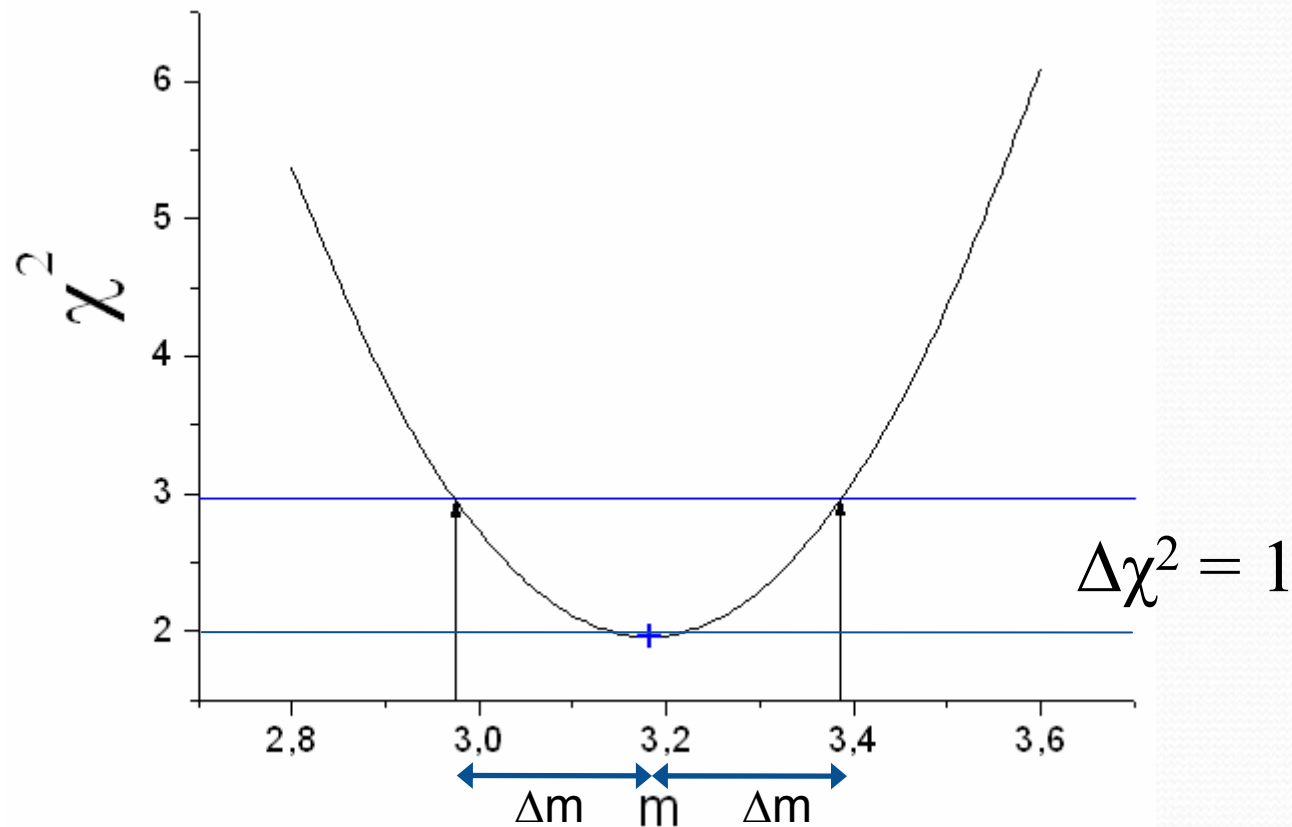
# Vorgehensweise

- Modell aufstellen: Funktion  $f(x; a, b, c, \dots)$
- Schätze die Parameter  $a, b, c, \dots$ , so dass die Funktion die Datenpunkte möglichst gut beschreibt.
- Berechne  $\chi^2$
- Finde den Parametersatz  $a, b, c, \dots$  für den  $\chi^2$  minimal wird.  
(Levenberg-Marquardt Algorithmus).

# Live Präsentation mit Origin



# Fehler der Fitparameter



Der  $1\sigma$ - Fehlerbereich eines Fitparameters, wird durch  $\chi^2 \pm 1$  bestimmt.

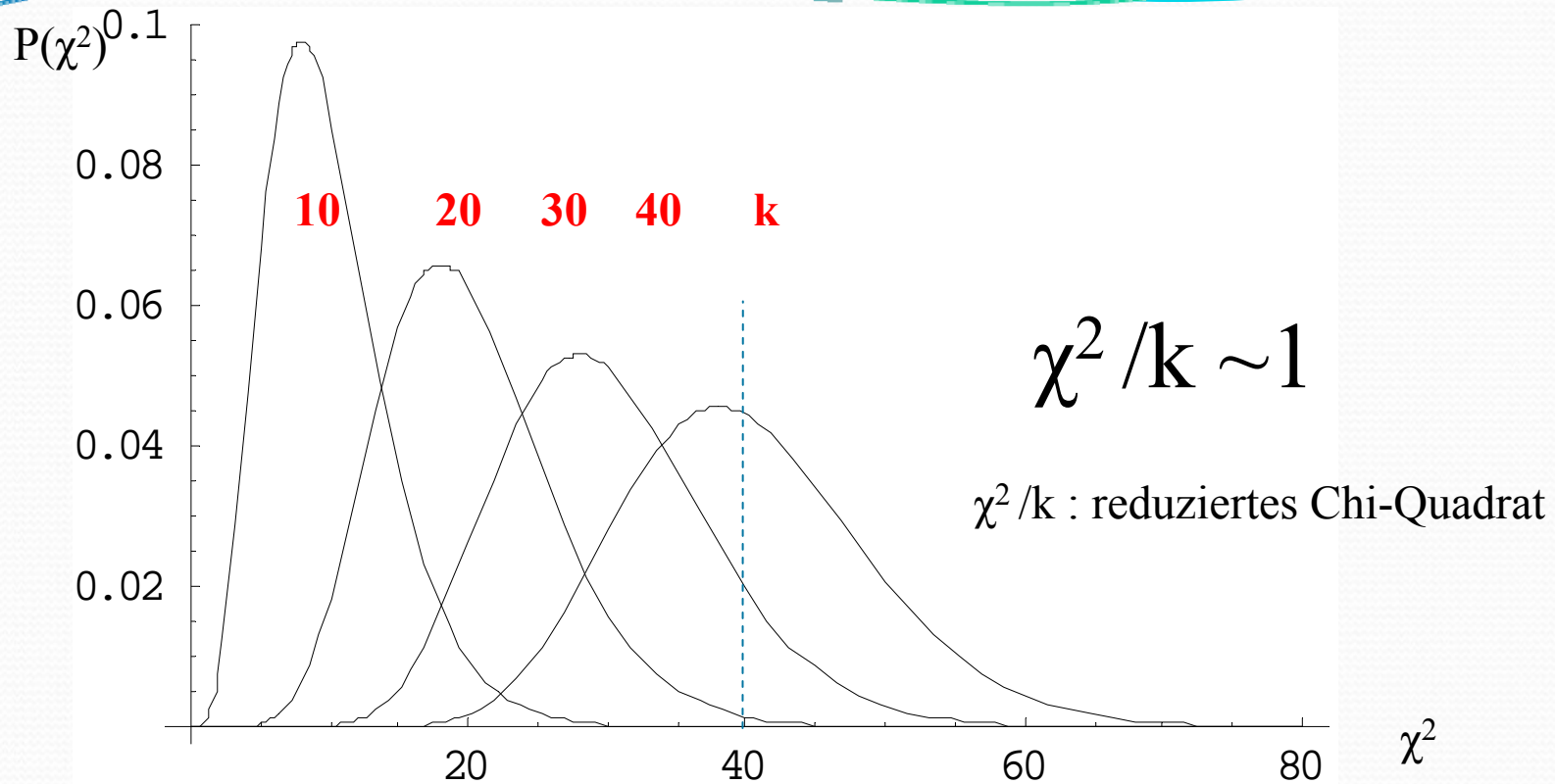
Welche Aussagen können über die Güte des Fits gemacht werden.

Wie gut beschreibt das physikalische Modell  $f(x)$  die Messdaten?

➔  $\chi^2$  – Verteilung

# $\chi^2$ -Verteilung

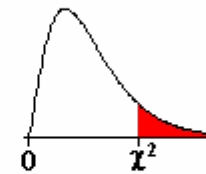
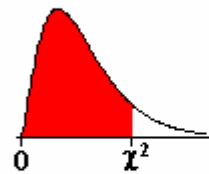
- Wiederhole eine Messreihe unter gleichen Bedingungen und berechne das dazugehörige  $\chi^2$ .
- Trage die  $\chi^2$  -Werte in ein Histogramm ein.  
    ➔  $\chi^2$  - Verteilung.
- Die  $\chi^2$  -Verteilung ist eine asymmetrische Verteilung. Ihr Verlauf ist nur abhängig von der Anzahl der Freiheitsgrade.
- Freiheitsgrad (dof) = Anzahl der Messwerte abzüglich der Anzahl der Fitparameter
- Bei Freiheitsgraden  $>30$  geht die  $\chi^2$  Verteilung in eine Normalverteilung über.



**Der Wert von  $\chi^2$  kann nicht beliebig gross werden. Tatsächlich sagt die Statistik voraus, dass das mittlere  $\chi^2$  / Freiheitsgrad etwa 1 sein sollte. Zu jedem gemessenen Wert von  $\chi^2$  gehört eine Wahrscheinlichkeitsaussage: mit welcher Wahrscheinlichkeit beschreibt die Fitkurve die gemessenen Datenpunkte.**

Werte der Wahrscheinlichkeiten sind tabelliert bzw. online berechenbar.

### *Chi-Quadrat-Verteilung*



df	<input type="text"/>	----->	Wahrscheinlichkeit
	<input type="text"/>	<-----	<input type="text"/>

<http://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Software.php>

Freiheitsgrade

m	0.9	0.5	0.1	0.01	0.001
10	0.487	<b>0.934</b>	1.599	2.321	2.959
20	0.622	<b>0.967</b>	1.421	1.878	2.266
30	0.687	<b>0.978</b>	1.342	1.696	1.990
40	0.726	<b>0.983</b>	1.295	1.592	1.835
50	0.754	<b>0.987</b>	1.263	1.523	1.733
60	0.774	<b>0.989</b>	1.240	1.473	1.660
70	0.790	<b>0.990</b>	1.222	1.435	1.605
80	0.803	<b>0.992</b>	1.207	1.404	1.560
90	0.814	<b>0.993</b>	1.195	1.379	1.525
100	0.824	<b>0.993</b>	1.185	1.358	1.494
140	0.850	<b>0.995</b>	1.156	1.299	1.410
200	0.874	<b>0.997</b>	1.130	1.247	1.338

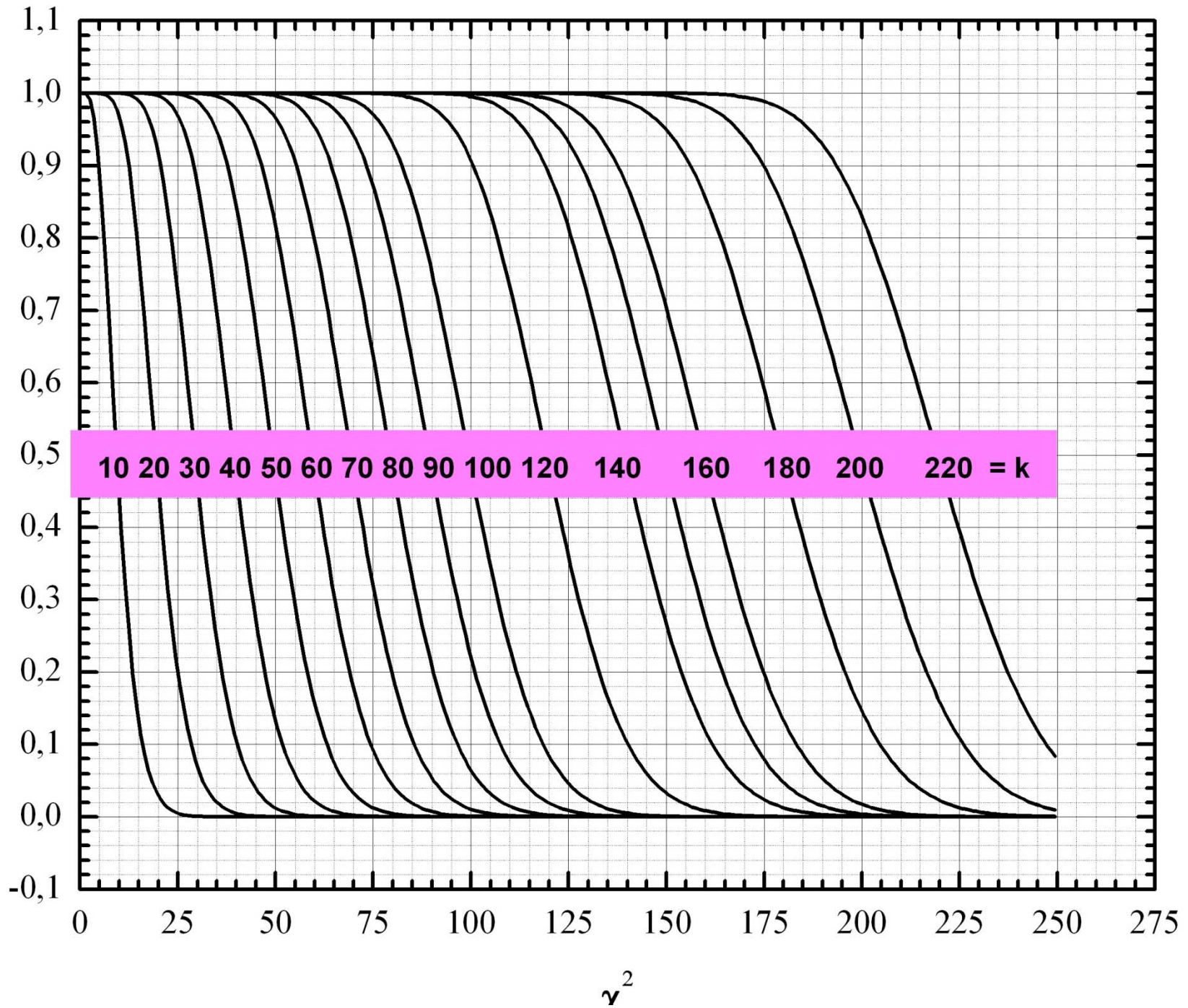
Probability level for the hypothesis that the fit describes the deviations better than a random sample

the reduced chi-square value that was obtained by fitting f to {x,y}.

$$\chi^2 / \text{dof} = \text{reduziertes } \chi^2$$

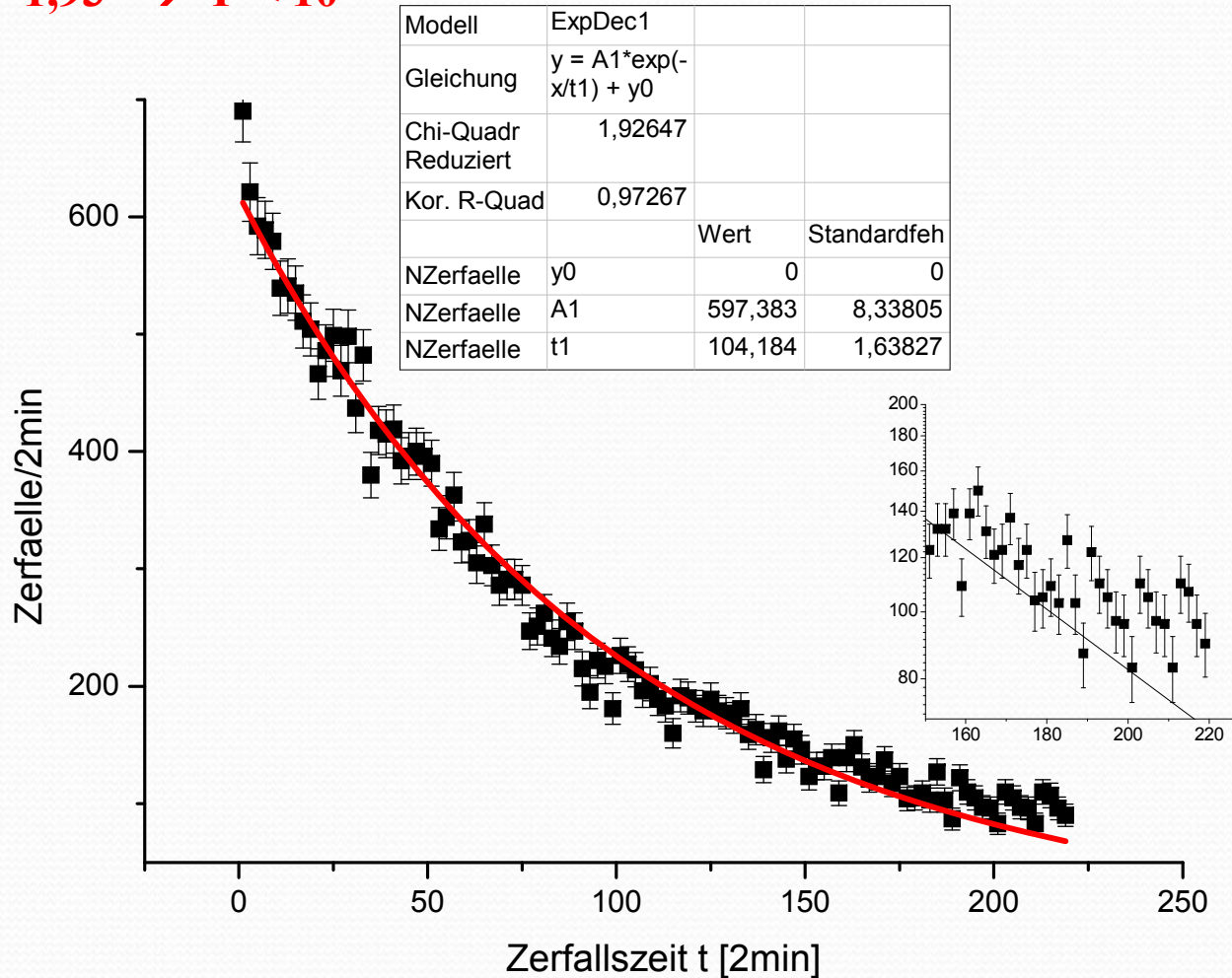


Wahrscheinlichkeit des Fits fuer k Freiheitsgrade



Fit ohne Untergrundzählrate:  $N(t) = A1 * \exp(-t/t1) + y0, y0=0 !$

1. Daten weichen systematisch ab bei grosser Zerfallszeit
2. Wert der Zerfallskonstanten weicht signifikant vom Literaturwert ab  $t1 = (104 \pm 2) \text{ min}$   
 $\chi^2/\text{dof} = 1,93 \rightarrow P < 10^{-4}$

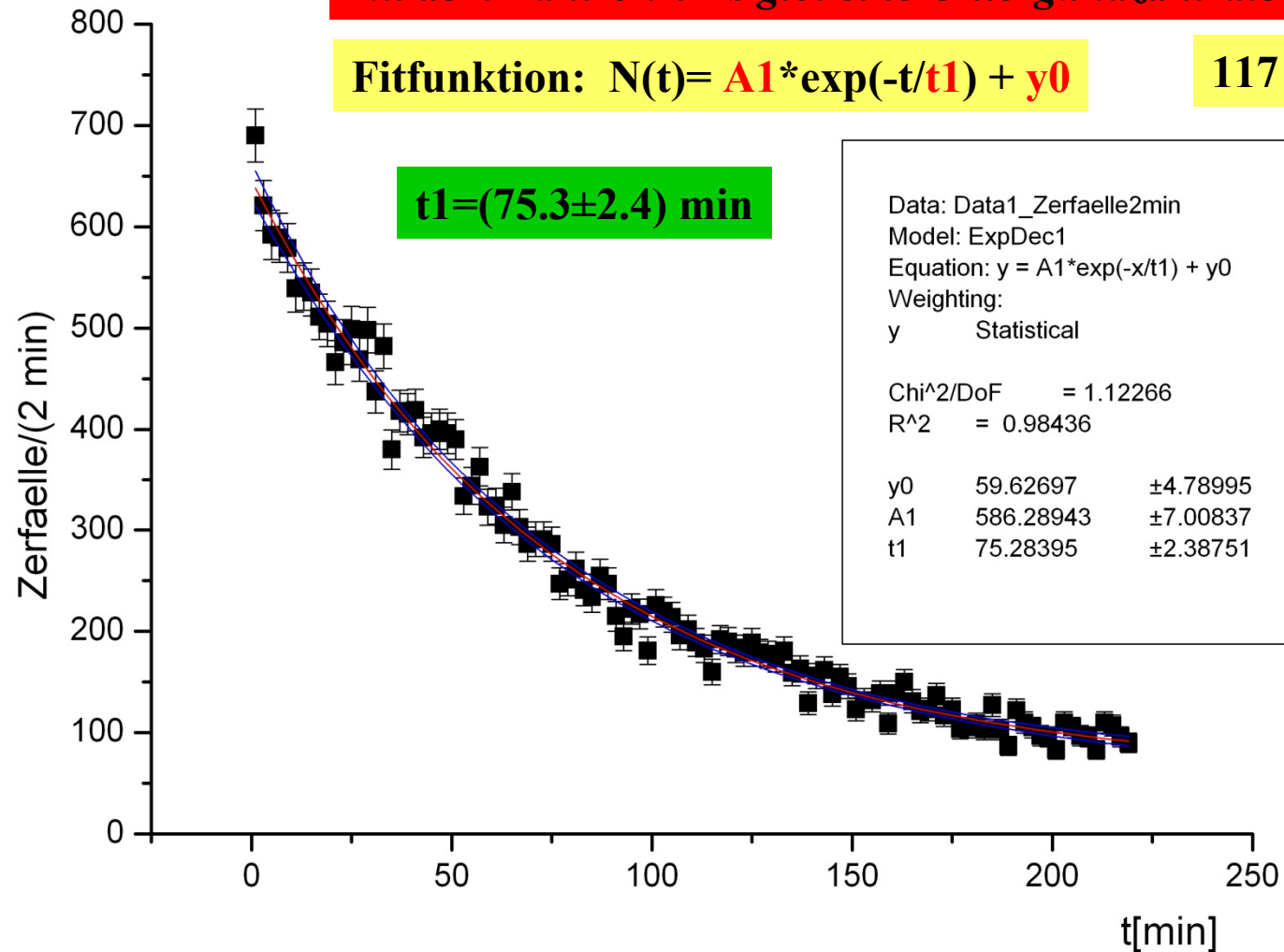


# Beispiel: Bestimmung einer Zerfallszeit

*Messung der Zahl der Zerfälle in 2min – Intervallen mit dem Zählrohr. Es gibt eine Untergundzählrate!*

**Fitfunktion:  $N(t) = A1 * \exp(-t/t1) + y0$**

**117 Freiheitsgrade**



## **Wichtiger Hinweis:**

**Es gibt keine sichere Methode, das absolute Minimum von  $\chi^2$  zu finden**

**Falls es mehrere Parameter gibt, hat  $\chi^2$  oft 'lokale' Minima und der Fit bleibt bei ihnen hängen oder aber der Fit konvergiert nicht, d.h. er findet kein Minimum.**

**I.A. müssen sie daher 'sinnvolle Startwerte' für die Parameter angeben**

**Fitten ist Erfahrungssache**