

July 9, 2004

Übung 9 zur Experimentalphysik II

Aufgabe 1: Fourieranalyse

Berechnen Sie alle Fourierkoeffizienten für die Rechteckfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

mit der Periode 2π .

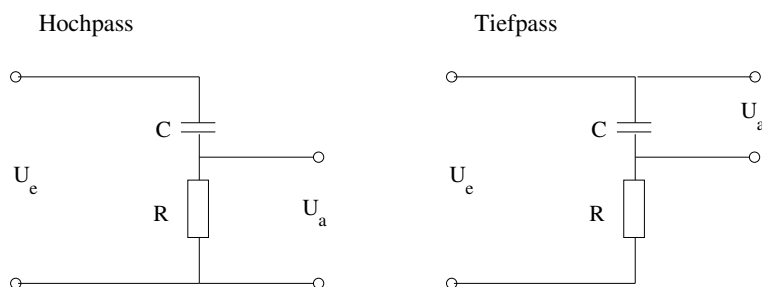
Überlegen Sie qualitativ wie groß die Bandbreite eines Funktionsgenerators sein muss, der Rechtecksignale mit einer Anstiegszeit kleiner 1 ns erzeugen soll.

Aufgabe 2: Hoch- und Tiefpass

Bestimmen Sie den Frequenzgang (d.h. das Verhältnis der Ausgangsspannung zur Eingangsspannung und deren Phasenverschiebung) als Funktion der Eingangsfrequenz.

Wie lauten die DGL's für den Hoch- und Tiefpass?

Überlegen sie sich qualitativ den Verlauf der Ausgangsspannung, wenn die Eingangsspannung durch einen Rechteckpuls gegeben ist.



Aufgabe 3: Gedämpfte Schwingung

Ein Kondensator C , eine Spule L und ein Widerstand R werden in Reihe geschaltet und mit einem Pulsgenerator verbunden. Es wird ein sehr kurzer Spannungspuls U_e erzeugt.

Wie sieht die dazugehörige Schaltung aus?

Bestimmen sie den Stromverlauf in Abhängigkeit der Zeit, indem Sie den Lösungsansatz

$$I(t) = A \cdot \exp \lambda t$$

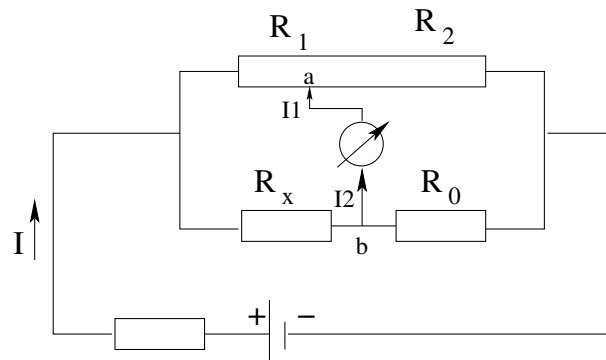
wählen, wobei A und λ komplex sein können.

Diskutieren sie den Verlauf des Stromes falls $R^2 < 4L/C$.

Zeigen Sie, dass die gesamte Energie die in der Kapazität und der Spule gespeichert ist konstant ist.

Aufgabe 4: Wheatstone'sche Brücke

Die in der Abbildung gezeigte Schaltung bezeichnet man als Wheatstone'sche Brücke. Mit ihrer Hilfe kann man einen unbekannten Widerstand R_x mit Hilfe dreier bekannter Widerstände R_1 , R_2 und R_0 sehr präzise bestimmen. Die Widerstände R_1 und R_2 bestehen zusammen aus einem 1 m langen Draht. Der Punkt a ist ein verschiebbarer Kontakt, dessen Position das Verhältnis der Widerstände R_1 und R_2 beeinflusst. Der Widerstand R_1 ist proportional zum Abstand vom linken Ende (0cm) des Widerstands bis zum Punkt a , und R_2 ist proportional zum Abstand von Punkt a bis zum rechten Ende (100 cm). Die Summe aus R_1 und R_2 ist konstant. Liegen die Punkte a und b auf gleichem Potential, so fließt kein Strom durch das Galvanometer und die Brücke ist abgeglichen. Der Widerstand R_0 habe den Wert 200Ω . Bestimmen Sie den unbekannten Widerstand R_x , wenn die Brücke a) bei 18 cm, b) bei 60 cm und c) bei 95 cm abgeglichen ist.



Lösungen

Zu Aufgabe 1: Fourieranalyse

Die Fourierkoeffizienten sind gegeben durch

$$\begin{aligned}a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx f(x) \cos nx \\&= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} dx f(x) \cos nx \\&= \delta_{n0} \\b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dx f(x) \sin nx \\&= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} dx f(x) \sin nx \\&= \begin{cases} 0 & \text{für gerade } n \\ \frac{2}{n\pi}, & \text{für ungerade } n \end{cases}\end{aligned}$$

Damit ist die Fourierreihe gegeben durch

$$FR(f) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin [(2k+1)x].$$

Um Anstiegszeiten kleiner 10^{-9} ns zu realisieren braucht man eine Bandbreite die größer ist als $1/10^{-9} \text{ ns}^{-1}$, also 1 GHz.

Zu Aufgabe 2: Hoch- und Tiefpass

Die Lösung zu dieser Aufgabe ist in fast jedem guten Buch zur Experimentalphysik nachzulesen.

Zu Aufgabe 3: Gedämpfte Schwingung

Die Lösung zu dieser Aufgabe ist in fast jedem guten Buch zur Experimentalphysik nachzulesen.

Zu Aufgabe 4: Wheatstone'sche Brücke

Den Abstand von 0 bis a bezeichnen wir mit x und $(l - x)$ ist der Abstand von a bis $l = 100$ cm. Mit der Proportionalitätskonstante c ist dann $R_1 = cx$ und $R_2 = c(l - x)$. Daraus folgt $R_2/R_1 = (l - x)/x$. Wenn

durch das Galvanometer kein Strom fließt, so ist der Spannungsabfall zwischen 0 cm und a gleich dem über R_x . Damit ergibt sich $I_1 R_1 = I_2 R_x$ und $I_1/I_2 = R_x/R_1$. Um R_x zu bestimmen beachten wir, daß der Spannungsabfall über dem unteren Zweig der Brücke gleich dem über dem oberen Zweig sein muß: $I_1(R_1 + R_2) = I_2(R_x + R_0)$. Dies ergibt $R_x = (I_1/I_2)(R_1 + R_2) - R_0$. Mit diesen beiden Beziehungen erhalten wir

$$R_x = R_x(1 + R_1/R_2) - R_0 = R_x[1 + (l - x)/x] - R_0 = lR_x/x - R_0.$$

Wir lösen auf: $R_x = xR_0/(l - x)$.

- a) Mit $x = 18$ cm erhalten wir $R_x = 43,9 \, \Omega$.
- b) Mit $x = 60$ cm erhalten wir $R_x = 300 \, \Omega$.
- c) Mit $x = 95$ cm erhalten wir $R_x = 3800 \, \Omega$.