

20.11.15



**UNIVERSITÄT
HEIDELBERG**
ZUKUNFT
SEIT 1386

Spin des Pions

Schlüsselexperimente der Teilchenphysik
Viet Hung Dinh



1. Geschichte zur Entdeckung des Pions

2. Überlegungen und Experimente zum Spin

1. Spin
2. Differentieller Wirkungsquerschnitt
3. Verbindung zwischen Spin und Wirkungsquerschnitte
4. Das detaillierte Gleichgewicht
5. Versuchsaufbau der beiden Experimente

3. Analyse der Ergebnisse

1. Auswertung der Rückreaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$
2. Vergleich der Wirkungsquerschnitte
3. Zusammenfassung



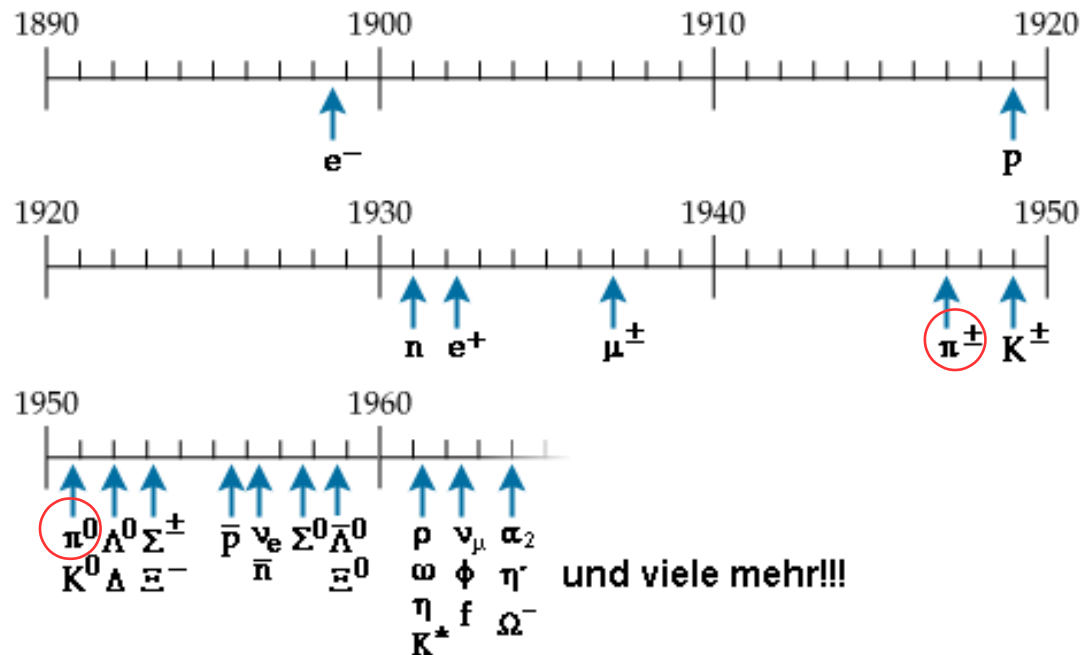
1. Geschichte zur Entdeckung des Pions

Geschichte zur Entdeckung des Pions



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

Zeitstrahl der Teilchengeschichte



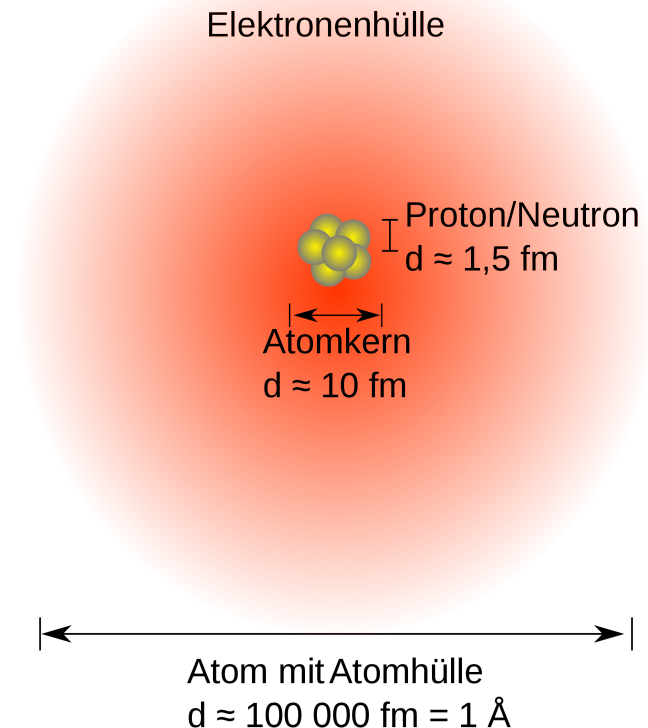
http://erlangen.physicsmasterclasses.org/sm_gesch/zeitachse_teilchen_pas.gif

Geschichte zur Entdeckung des Pions



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- Atomkern besteht aus Protonen und Neutronen
- Frage: Was hält den Kern zusammen?
- Antwort: Starke Kernkraft
 - Kurzreichweitig, aber stark anziehend



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Atom-schematic_de.svg#/media/File:Atom-schematic_de.svg

Geschichte zur Entdeckung des Pions



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- Isospin
 - Protonen und Neutronen sind 2 Zustände
 - Wechselwirkung mittels einem Austauschteilchens
- 1935 Yukawas Spekulation
 - Eigenschaften des Austauschteilchens
 - Entweder positiv, negativ oder neutral
 - Ganzzahliger Gesamtdrehimpuls
 - Masse von ca. 100MeV → Namesgebung: Meson
- 1937 Entdeckung des Myons
- 1947 Cecil Powell entdeckt geladene Pionen
- Nobelpreis
 - 1949 Hideki Yukawa
 - 1950 Cecil Powell

Geschichte zur Entdeckung des Pions



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- Neutrales Teilchen hinterlässt keine Ionisationsspuren
- 1950 Nachweis des neutralen Pions durch Koinzidenzmessung
- $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
- Der erste Nachweis eines neuen Teilchens durch einen Beschleuniger in Berkeley



2. Überlegungen und Experimente zum Spin

1. Spin



- Spin erfüllt die Drehimpulsalgebra: $[I_i, I_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} I_k$
 - Drehimpulsquantenzahl I
 - Magnetische Quantenzahl $m \in \{-I, \dots, I\}$
 - Drehimpulsaddition: $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{I}$ mit $j \in \{|l-I|, \dots, l+I\}$
- Beispiel: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
 - Es gilt Drehimpulserhaltung
 - Im Endzustand ist der Drehimpuls $j \in \{0, 1, 2\}$
- Ergebnis: Spin zunächst nur ganzzahlig

2. Differentieller Wirkungsquerschnitt



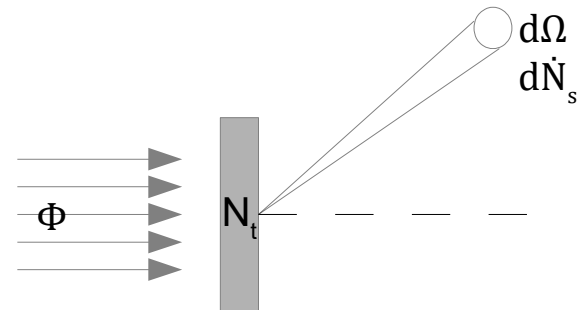
UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- **Definition:**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\dot{N}_s}{\Phi N_t d\Omega} = \frac{\Delta N_s}{\Delta N_i n_t dx d\Omega}$$

$$\Phi = \frac{\dot{N}_i}{A},$$

$$N_t = n_t A dx = \frac{\rho N_A}{m_{mol}} A dx$$



- Φ : einfallender Teilchenfluss
- $\dot{N}_i$: Rate der einfallenden Teilchen
- N_t : Anzahl an Targetteilchen
- n_t : Targetteilchendichte
- $d\dot{N}_s$: Rate der in das Raumwinkelement $d\Omega$ gesteuerten Teilchen



3. Verbindung zwischen Spin und Wirkungsquerschnitten

- **Fermis goldene Regel:**

$$w_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} A_{fi}^2 \rho(E_f)$$

- w_{fi} : Übergangsrate
- A_{fi} : Übergangsamplitude
- $\rho(E_f)$: Zustandsdichte des Endzustands

$$\rho(E_f) = \frac{dN}{dE_f} = \frac{d}{dE_f} \iint \frac{p^2 dp d\Omega}{(2\pi\hbar)^3}$$

- N : Anzahl an Zuständen im Phasenraumvolumen

3. Verbindung zwischen Spin und Wirkungsquerschnitten

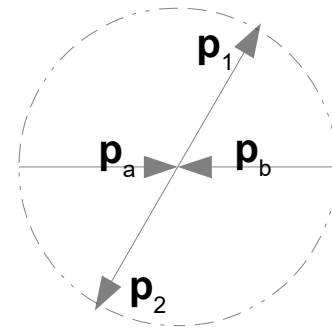
- **Totaler Wirkungsquerschnitt:**

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{w_{fi}}{v_i} = \frac{2\pi}{\hbar v_i} A_{fi}^2 \rho(E_f) \\ &= \int \frac{2\pi}{\hbar v_i} A_{fi}^2 \frac{d}{dE_f} \int \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} d\Omega\end{aligned}$$

- **Differentieller Wirkungsquerschnitt:**

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{2\pi}{\hbar v_i} A_{fi}^2 \frac{d}{dE_f} \int \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \\ &= \frac{1}{4\pi^2 \hbar^4} A_{fi}^2 \frac{p_f^2}{u_i u_f}\end{aligned}$$

- p_f : Endzustandsimpuls im CMS
- $u_{i,f}$: Relativgeschwindigkeiten



Impulsdiagramm eines
Zweiteilchenstoßes im CMS

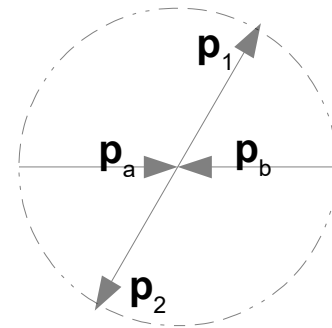
3. Verbindung zwischen Spin und Wirkungsquerschnitten



- **Berücksichtigung des Spins:**

- Statistischer Faktor für den Endzustand: $(2I_1 + 1) (2I_2 + 1)$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi^2\hbar^4} A_{fi}^2 \frac{p_f^2}{u_i u_f} (2I_1 + 1)(2I_2 + 1)$$



Impulsdiagramm eines
Zweiteilchenstoßes im CMS



4. Das detaillierte Gleichgewicht

- **Zentrale Reaktion: $d + \pi^+ \rightleftharpoons p + p$**
 - Statistischen Faktoren:
 - Hinreaktion: $(2I_p + 1)(2I_p + 1) = 4$
 - Rückreaktion: $(2I_d + 1)(2I_\pi + 1) = 3(2I_\pi + 1)$
- **Die Aussage: Gleichgewichtsreaktionen haben die gleichen Übergangsamplituden: $A_{fi} = A_{if}$**

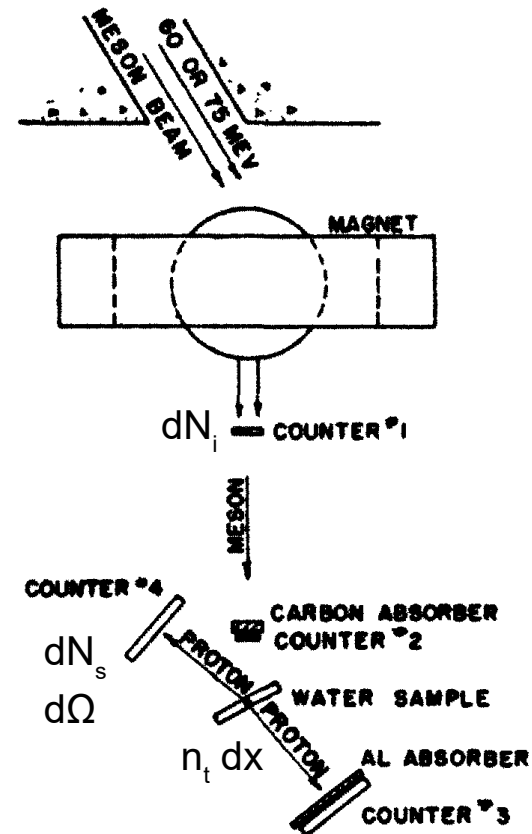
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_p = \frac{1}{4\pi^2\hbar^4} A_{fi}^2 \frac{p_p^2}{u_i u_f} (2I_p + 1)(2I_p + 1)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\pi = \frac{1}{4\pi^2\hbar^4} A_{if}^2 \frac{p_\pi^2}{u_f u_i} (2I_d + 1)(2I_\pi + 1)$$

$$\longrightarrow \boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_p = \frac{4 p_p^2}{3(2I_\pi + 1) p_\pi^2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\pi}$$

5.1. Experiment zur Hinreaktion $d + \pi^+ \rightarrow p + p$

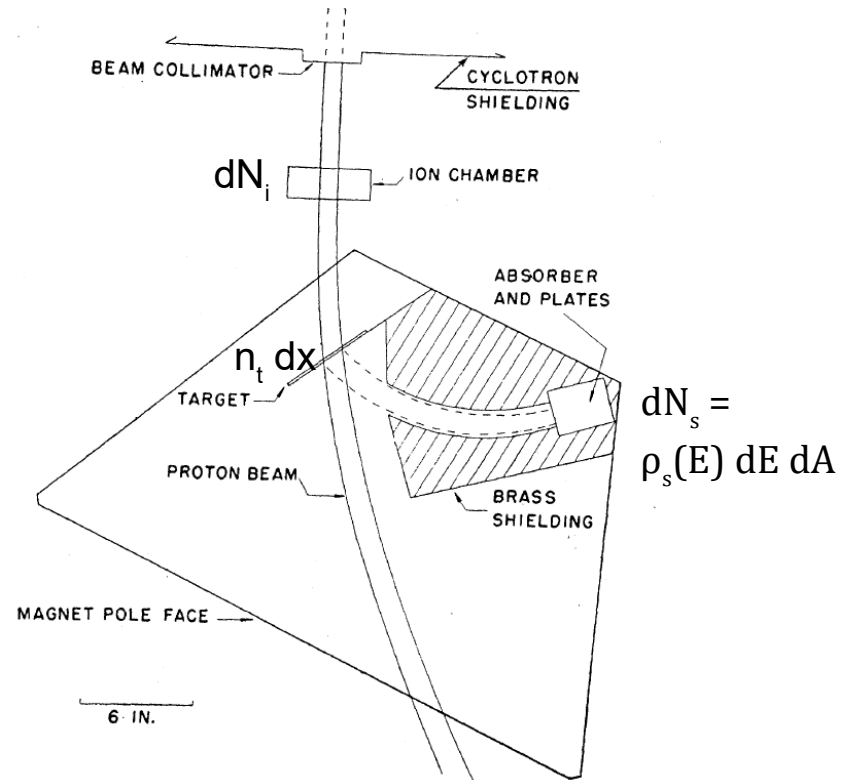
- 1951 bestimmt durch R. Durbin, H. Loar und Steinberger
- Erinnerung:
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N_s}{\Delta N_i n_t dx d\Omega}$$
- Allgemeine Methode:
 - Mesonenstrahl trifft auf B-Feld
 - Magnetfeld bestimmt Impuls
 - $B\rho = p/q$
 - Zähler 1 und 2 zählen den einfließenden Strom
 - Zähler 3 und 4 zählen die koinzidenten Protonen



R. Durbin et al.: The Spin of the Pion via the Reaction $\pi^+ + d \rightleftharpoons p + p$
In: Phys. Rev. Vol 83 p.646 -published August 1, 1951

5.2. Experimente zur Rückreaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$

- 1953 W. F. Cartwright, C. Richman, M. N. Whitehead und H. A. Wilcox
- Allgemeine Methode:
 - Protonenstrahl fliegt durch eine Ionisationskammer
 - Der Protonenstrahl trifft auf das Target
 - Gestreute Pionen werden im Magnetfeld abgelenkt
 - Nur für bestimmte Impulse treffen Teilchen das Kanalende
 - Dort werden Pionen durch eine Photoplatte aufgezeichnet

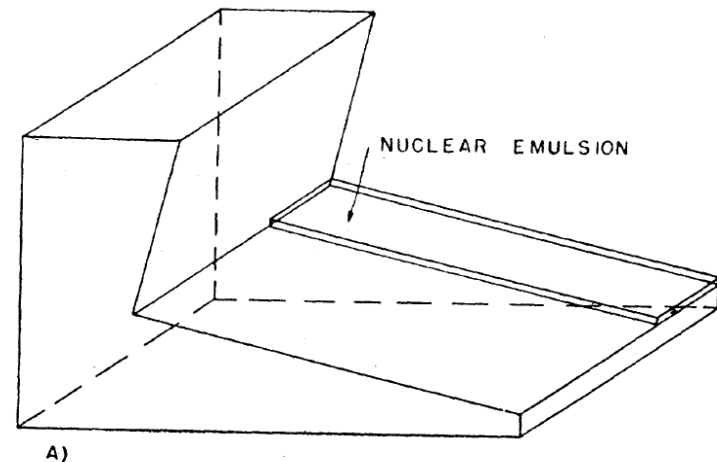


W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions
by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.678 -published August 1, 1953

5.2.1. Detektor der Rückreaktion



- Detektor besteht aus einer Aluminiumabschirmung und einer Photoplatte
- Mindestdicke verhindert das Eindringen von gestreuten Teilchen, wie Protonen
- In den Kanal kommen nur ausgewählte Impulse
- Schwere Teilchen als Pionen sind langsamer
→ werden stärker abgebremst

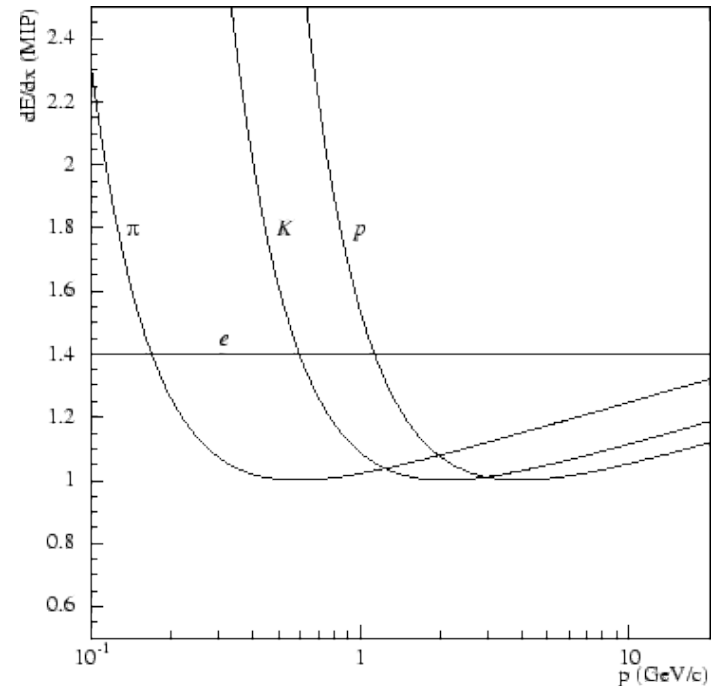


W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions
by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.678 -published August 1, 1953

5.2.2. Bethe-Bloch-Formel



- Bethe-Bloch-Formel beschreibt den mittleren Energieverlust
 - Beispielrechnung:
 - Maximale Energie im Versuch 75MeV
 - Energie-Impuls-Beziehung
 - $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$; $m_\pi = 140\text{MeV}/c^2$
 - $p^2c^2 = (E_{\text{kin}} + 140\text{MeV})^2 - 140^2 \text{ MeV}^2$
 $p(75\text{MeV}) = 163,2 \text{ MeV}/c$



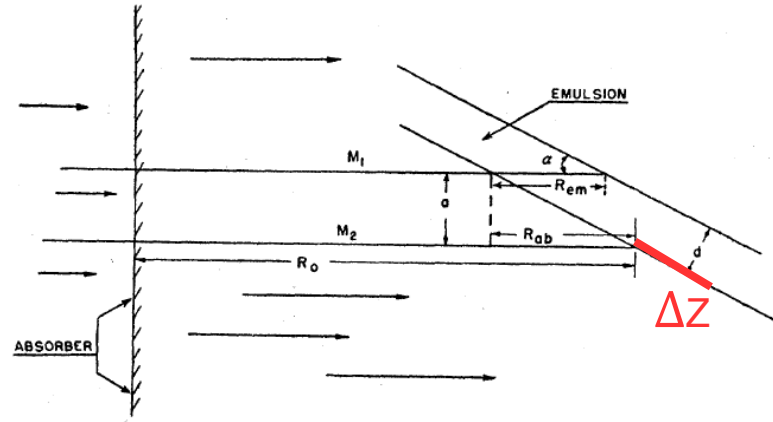
http://www.nikhef.nl/pub/experiments/zeus/t_heses/wouter_verkerke/latex2html/img338.gif

5.2.3. Bestimmung von $\rho_s(E)$



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- $\Delta N_s(E) = \rho_s(E) \Delta E \Delta A$
- $\Delta A = a l$; l ... Länge
 - $a = \frac{R_{ab}}{R_{em} \cos \alpha} d$
- $\Delta E = \cos \alpha \Delta Z (-dE/dx)_{ab}$



W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions
by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.680 -published August 1, 1953

$$\rightarrow \rho_s(E) = \frac{N_s}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ab} \frac{R_{ab}}{R_{em}} d \Delta Z l} = \frac{n_s}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ab} \frac{R_{ab}}{R_{em}}}$$

n_s : Streuteilchendichte [$1/m^3$]

R_{ab} : Restreichweite im Absorber

R_{em} : Restreichweite in der Platte



5.2.4. Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in der Rückreaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$

- Mit der Definition des Wirkungsquerschnitts

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\rho(E) dE dA}{\Delta N_i n_t d\Omega}$$

- $d\Omega/dA$ ist die Transformation des Raumwinkels im B-Feld

$$\frac{d\Omega}{dA} = \frac{1}{R^2 \Phi \sin \Phi}$$

R: Krümmungsradius
 Φ : Überstrichener Winkel

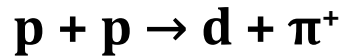
→

$$\frac{d\sigma}{dE d\Omega} = \frac{n_s}{-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ab} \frac{R_{ab}}{R_{em}} N_i n_t \frac{d\Omega}{dA}}$$



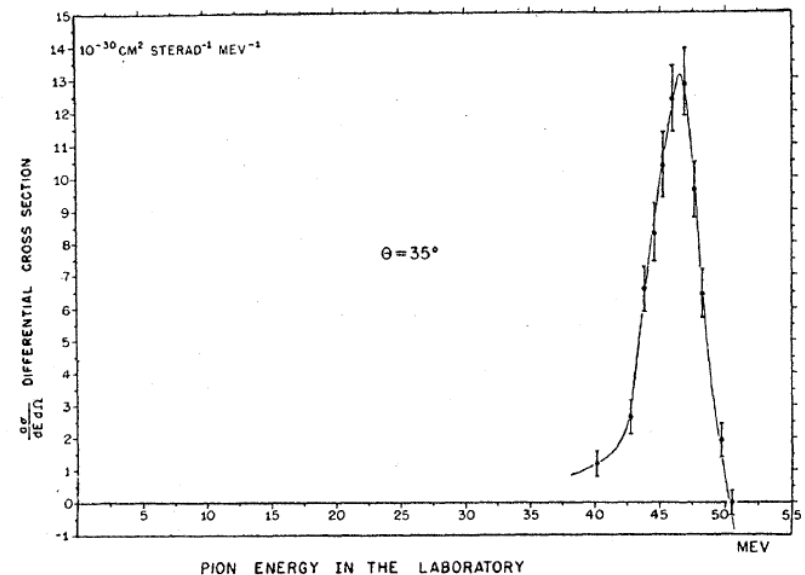
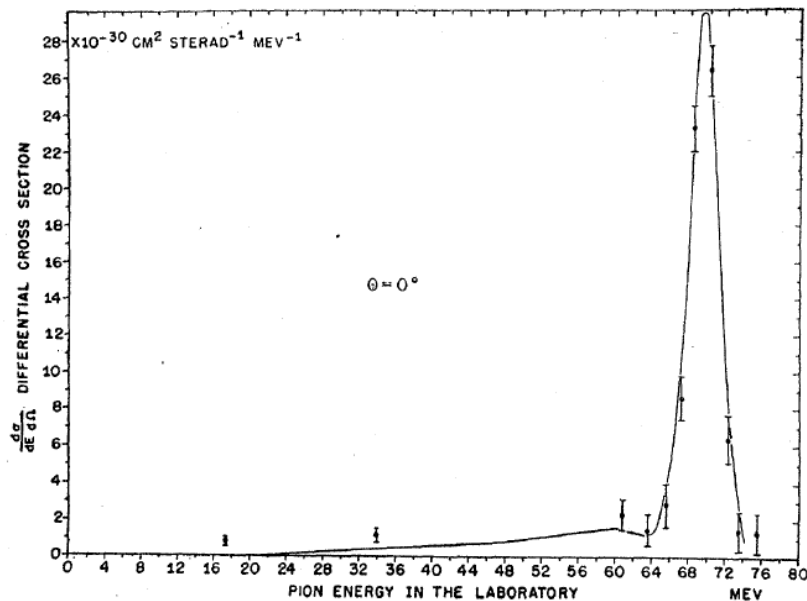
3. Analyse der Ergebnisse

1. Auswertung der Rückreaktion



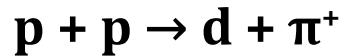
UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- Energiespektren der differentiellen Wirkungsquerschnitte bei der Rückreaktion $p + p \rightarrow d + \pi^+$



W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions
by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.682 -published August 1, 1953

1. Auswertung der Rückreaktion



- Integration über die Spektren liefert:

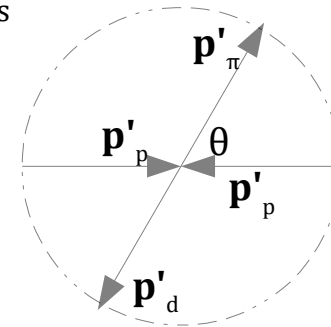
TABLE IV. Summary of the measured cross sections for the reaction $P + P \rightarrow \pi^+ + D$.

θ_{lab}	$(d\sigma/d\Omega)_{\text{lab}} \times 10^{28},$ $\text{cm}^2 \text{ sterad}^{-1}$	$\theta_{\text{c.m.}}$	$(d\sigma/d\Omega)_{\text{c.m.}} \times 10^{29},$ $\text{cm}^2 \text{ sterad}^{-1}$
0°	1.2 ± 0.25	0°	3.1 ± 0.7
35°	0.50 ± 0.10	65°	1.8 ± 0.4
58°	0.08 ± 0.02	104°	0.47 ± 0.12

W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions
by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.683 -published August 1, 1953

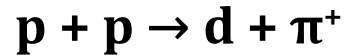
- Fitfunktion

- $d\sigma/d\Omega = B(A + \cos^2\theta) \text{ cm}^2 \text{ sterad}^{-1}$



Schwerpunktssystem

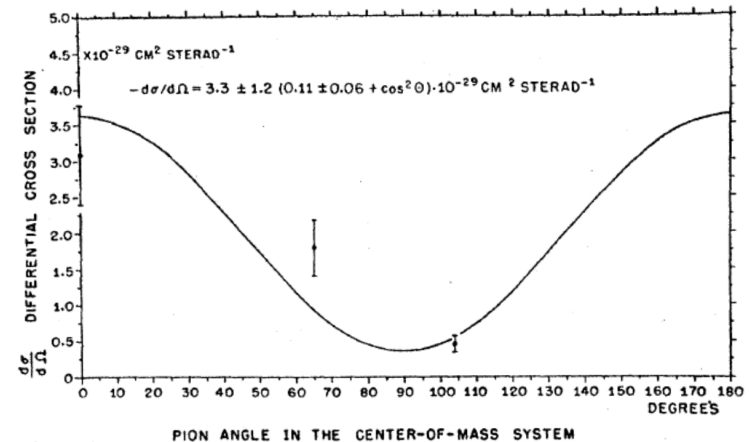
1. Auswertung der Rückreaktion



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

Diff. Wirkungsquerschnitt:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\pi = 3,3 \pm 1,2 (0,11 \pm 0,06 + \cos^2 \theta) \cdot 10^{-29} \text{ cm}^2 \text{ sterad}^{-1}$$

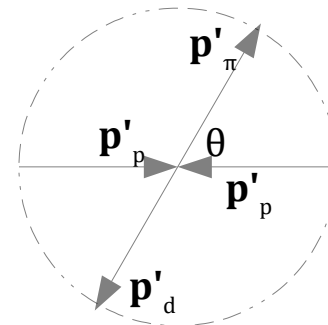


W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions
by 341-Mev Protons on Protons

In: Phys. Rev. Vol 91 p.683 -published August 1, 1953

Totaler Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\pi d\cos \theta = (1,8 \pm 0,6) 10^{-28} \text{ cm}^2$$



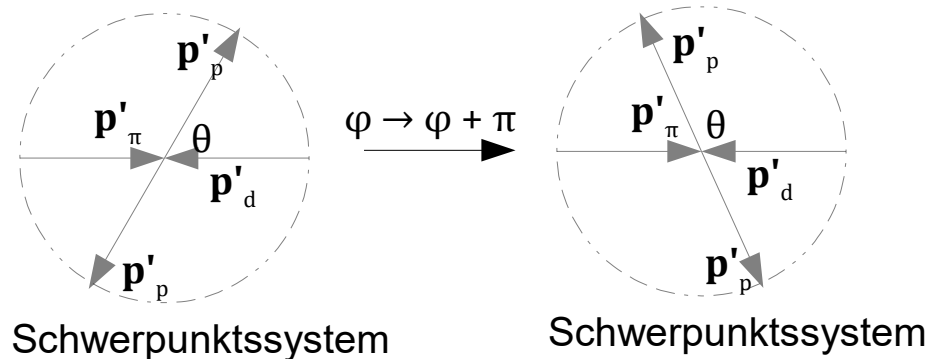
1. Auswertung der Rückreaktion



- Zur Erinnerung:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_p = \frac{4 p_p^2}{3(2I_\pi + 1) p_\pi^2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\pi$$

- Für den totalen Wirkungsquerschnitt müssen wir jedoch die Ununterscheidbarkeit der Protonen im Endzustand berücksichtigen



$$\longrightarrow \sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_p d\cos\theta$$

2. Vergleich der Wirkungsquerschnitte



TABLE V. Comparison of the cross sections for pion absorption by deuterium as obtained by Clark, Roberts, and Wilson at Rochester and Durbin, Loar, and Steinberger at Columbia, with the present results, which have been transformed to give the absorption cross section by the principle of detailed balance.

Experiment	$T_{\pi}(\text{c.m.})$ Mev	$(d\sigma/d\Omega)_P \times 10^{28},$ $\text{cm}^2 \text{ sterad}^{-1}$	$\sigma_{\text{tot}} \times 10^{27},$ cm^2
Berkeley ^a	21.4	$11 \pm 4(0.11 \pm 0.06 + \cos^2\theta)$	3.0 ± 1.0
Berkeley ^b		$3.7 \pm 1.3(0.11 \pm 0.06 + \cos^2\theta)$	1.0 ± 0.3
Rochester	23 (Av)		4.5 ± 0.8^c
Columbia	25	$9(0.22 + \cos^2\theta)$	3.1 ± 0.3

^a Transformed on the assumption that $S_{\pi} = 0$.

^b Transformed on the assumption that $S_{\pi} = 1$.

W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.685 -published August 1, 1953

3. Zusammenfassung



UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
ZUKUNFT
SEIT 1386

- Mit Hilfe des sogenannten detaillierten Gleichgewichts war die Umwandlung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Hinreaktion in die Rückreaktion ermöglicht
- Die Messungen von Durbin et. al. und Cartwright et. al. führten schließlich zum ersten experimentellen Nachweis dafür, dass der Spin des Pions Null ergab
- Da geladene Pionen und neutrale Pionen ähnliche Eigenschaften aufweisen, wird auch den anderen Pionen der Spin Null zugewiesen

- R. Durbin et al.: The Spin of the Pion via the Reaction $\pi^+ + d \rightleftharpoons p + p$
In: Phys. Rev. Vol 83 p.646 -published August 1, 1951
- W. F. Cartwright et al.: The Production of Positive Pions by 341-Mev Protons on Protons
In: Phys. Rev. Vol 91 p.677 -published August 1, 1953
- Jörn Bleck-Neuhaus Elementare Teilchen: Moderne Physik von den Atomen bis zum Standard-Modell,
Kapitel 11.1 Pionen, Seite 482 – 499
- Donald H. Perkins Introduction to High Energy Physics Addison-Wesley Publishing Company Inc. 1972
p.79 - 83
<https://archive.org/details/IntroductionToHighEnergyPhysics>
- http://erlangen.physicsmasterclasses.org/sm_gesch/zeitachse_teilchen_pas.gif
- https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Atom-schematic_de.svg#/media/File:Atom-schematic_de.svg
- http://www.nikhef.nl/pub/experiments/zeus/theses/wouter_verkerke/latex2html/img338.gif