

Aufgabenblatt 12 – Experimentalphysik IV – SS18

Diskussion in den Übungen: Do./Fr., 12./13. Juli

12.1 Lebensdauer des τ -Leptons (1 Punkt)

Das τ -Lepton zerfällt sowohl in Leptonen als auch in Hadronen. Damit ist es ein einzigartiges System zur Untersuchung der starken und der schwachen Wechselwirkung.

- Geben Sie die möglichen Zerfallskanäle in führender Ordnung für das Myon und das τ -Lepton an. Skizzieren Sie jeweils die Feynman-Diagramme (auf dem Parton-Level).
- Schätzen Sie die Verzweigungsverhältnisse der Zerfälle nach Elektronen, Myonen und Hadronen ab. Vernachlässigen Sie dabei Unterschiede im Phasenraum.
- Stellen Sie einen Zusammenhang her zwischen der Lebensdauer des Myons und der partiellen Zerfallsbreite $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau)$.

Hinweis: Verwenden Sie die Regel von Sargent.

Lebensdauer des Myons:

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_W^2 m_\mu^5}{192\pi^3},$$

mit der schwachen Kopplungskonstanten G_W .

- Drücken Sie die Lebensdauer des τ -Leptons durch die partielle Zerfallsbreite $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau)$ aus. Verwenden Sie das Resultat aus c) und die Lebensdauer des Myons, um die Lebensdauer des τ -Leptons abzuschätzen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit experimentellen Werten aus dem PDG.

Hinweis:

Masse des Myons: $m_\mu = 105.6583715 \pm 0.0000035 \text{ MeV}/c^2$

Lebensdauer des Myons: $\tau_\mu = 2.1969811 \pm 0.0000022 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

Masse des τ -Leptons: $m_\tau = 1776.86 \pm 0.12 \text{ MeV}/c^2$

12.2 Tröpfchenmodell, Bindungsenergie (1 Punkt)

- Bestimmen Sie die Protonenzahl $Z_{\min}$ für eine gegebene Massenzahl A , bei der die atomare Masse $m(Z)$ ein Minimum hat. Vernachlässigen Sie dabei die Paarungsenergie. Stellen Sie Ihr Ergebnis in einem $Z_{\min}(N)$ Diagramm dar, wobei $N = A - Z_{\min}$ gilt.
- Tragen Sie nun die Kernbindungsenergie je Nukleon $B(A, Z)/A$ als Funktion der Massenzahl A auf. Setzen Sie hierzu den Wert $Z = Z_{\min}$ aus a) ein. In welchem Massenbereich ist $B(A, Z)/A$ maximal?

12.3 Energie der Kernspaltung (1 Punkt)

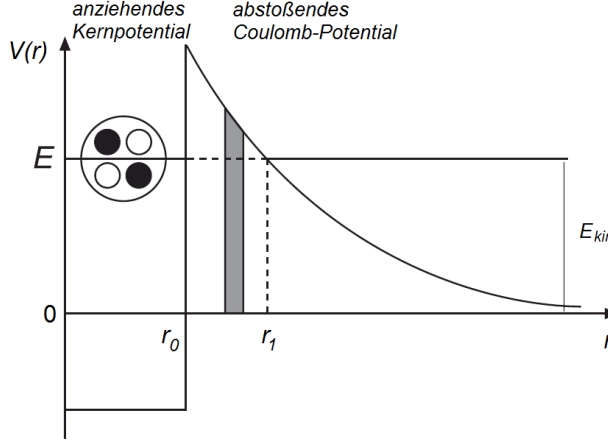
Ab einer gewissen Massenzahl A_0 können schwere Kerne spontan in zwei leichtere Kerne B_1, B_2 spalten.

- Ab welcher Massenzahl A_0 ist die Spaltung energetisch möglich unter der Annahme, dass sie symmetrisch verläuft, d.h. $B_1 = B_2 = A/2$? Verwenden Sie dabei die Näherung $Z \approx N$ für alle beteiligten Kerne.
- Betrachten Sie die Energiebilanz der symmetrischen Spaltung von Californium,
 ${}^{254}_{94}\text{Cf} \rightarrow {}^{127}_{47}\text{In} + {}^{127}_{47}\text{In}.$

Welcher Anteil der Californium-Masse wird in Energie umgewandelt?

12.4 Alpha-Zerfall (1 Punkt)

Der α -Zerfall eines Kerns mit (A, Z) lässt sich durch den Tunneleffekt qualitativ erklären (siehe Skizze). Hierbei durchtunnelt ein α -Teilchen mit der Gesamtenergie $E > 0$ die Coulomb-Barriere (vom Radius r_0 nach r_1), wobei r_0 etwa dem Radius des Tochterkerns ($A - 4, Z - 2$) entspricht. Das α -Teilchen wird weit entfernt vom Kern mit der kinetischen Energie E_{kin} detektiert, welche asymptotisch der Gesamtenergie E entspricht.



- Geben Sie die potentielle Energie eines α -Teilchens im Coulombpotential des Tochterkerns als Funktion des Abstands zur Mitte des Tochterkerns bei den Radien r_0 und r_1 an. Schätzen Sie r_0 aus der Massenzahl des Tochterkerns ab. Wie groß ist r_1 als Funktion von E und Z ?
- Für ein Wellenpaket mit Energie E ist die Tunnelwahrscheinlichkeit durch ein Kastenpotential der Höhe V und Dicke Δr gegeben durch:

$$T = e^{-2\Delta r \sqrt{2m(V-E)}/\hbar} \quad (1)$$

Für das Coulomb-Potential aus a) ist die Tunnelwahrscheinlichkeit durch

$$T = e^{-2G} \quad (2)$$

gegeben, wobei $x = r_1/r_0$. Der Gamow-Faktor G lautet

$$G = \int_{r_0}^{r_1} dr \sqrt{2m(V(r) - E)}/\hbar = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \int dr \sqrt{\frac{r_1}{r} - 1} \quad (3)$$

und kann dargestellt werden als

$$G = 2(Z - 2)\alpha \sqrt{\frac{2mc^2}{E}} \left(-\sqrt{x - 1}/x + \arctan \sqrt{x - 1} \right). \quad (4)$$

Wie hängt die Halbwertszeit $T_{1/2}$ von der α -Energie ab? Außerdem hängt die Halbwertszeit noch von der Wahrscheinlichkeit $w(\alpha)$ ab, daß sich ein α -Teilchen im Kern bildet und der Frequenz f , wie oft es gegen die Coulomb-Barriere läuft. Nehmen Sie an, dass $w(\alpha)$ gleich eins ist, d.h. stets ein α -Teilchen vorhanden ist, und die Frequenz grob abgeschätzt werden kann zu $f = \frac{v_\alpha}{2r_0}$, mit $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2$.

- Berechnen Sie die Halbwertszeiten der folgenden α -Strahler: ^{180}W ($E = 2.5 \text{ MeV}$) und ^{267}Ds ($E = 11.6 \text{ MeV}$).
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus c) mit experimentell gemessenen Daten. Welche Annahmen des Modells können Abweichungen verursachen?