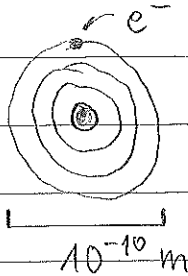


II. Fundamental Materiebausteine und ihre WW^{x)}

^{x)} WW = Wechselwirkung

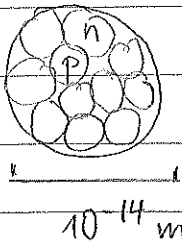
1. Struktur der Materie



Atom $\approx 10^{-10} \text{ m}$

typ. Bindungsenergien e^- : eV ... keV

„elektromagn. WW“



Kern $\approx 10^{-14} \text{ m}$

typ. Bindungsenergien MeV

„starke Kernkraft“

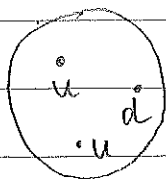
$$\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} X_N \begin{cases} A = \text{Massenzahl} & A = Z + N \\ Z = \text{Kernladungszahl} \\ N = \text{Neutronenzahl} \end{cases}$$

Kernradius: $R_K^3 \sim V \sim A$

$$\rightarrow R_K \sim A^{1/3}$$

$$\text{bzw. } R_K \approx 1.22 \cdot 10^{-15} \text{ m } A^{1/3}$$

$$\approx 1.22 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$$



10^{-15} m

Nukleon: Proton od. Neutron $\approx 10^{-15} \text{ m}$

typ. Bindungsenergien (GeV)

„starke Kraft“

Proton: uud-Quarks $m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2$

Neutron: udd-Quarks $m_n = 939.6 \text{ MeV}/c^2$

- u, d Quarks
- e^-

Fundamentale Quark + Leptonen (Elektronen)
strukturlos bis 10^{-18} m („punktförmig“)

$$Q_e = +\frac{2}{3}(u); -\frac{1}{3}(d); -1(e)$$

Atommassen
häufig in [u]

$$1 \text{ u} = \frac{1}{12} \left[{}^{12}_6\text{C} - \text{Atom} \right]$$

berücksichtigt die Bindungsenergie
der Nukleonen sowie die Masse
und Bindungsenergie der Elektronen

$$m_p = 1,00728 \text{ u}$$

$$m_n = 1,00867 \text{ u}$$

Bem: 1) „Strukturlos“

Nach Stand unseres Wissens weisen die Teilchen
bis 10^{-18} m keine Substruktur (Ausdehnung) auf.

Limitiert durch die verfügbare Energie / Impuls der
Testteilchen: $\Delta p_x \cdot \Delta x \approx \hbar$

$$\text{mit } \hbar c \approx 197 \text{ MeV fm}$$

$$\Rightarrow E(\text{Testteilchen}) \approx \frac{\hbar c}{\Delta x} = \frac{0,2 \text{ GeV} \cdot 10^{-15} \text{ m}}{10^{-18} \text{ m}} \approx 0(200 \text{ GeV})$$

2) Neben den genannten 3 fundamentalen Teilchen

gibt es ein 4. Teilchen, das man bei Kernzerfällen

(β Zerfall) und Kernreaktionen beobachten kann: $\bar{\nu}_e$ (Masse $m_{\bar{\nu}_e} \leq 2 \text{ eV}$)

$$\beta^-: n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$Q_{\bar{\nu}_e} = 0$$

2. Fundamentale Bausteine

(ν_e, e^-) sowie (u, d) bilden die erste Generation „fundamentaler Bausteine“. Insgesamt wurden 3 Generationen beobachtet.

Wir wissen heute (seit 2012) daß es nur genau diese 3 Generationen gibt. Sie werden nach Leptonen und Quarks sortiert. Sie sind alle „strukturelos“ und besitzen Spin $\frac{1}{2}$ (Fermionen).

<u>Generation:</u>	I	II	III	Q_{el}
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ	0
	$m_\nu < 2 \text{ eV}/c^2$ (aufgrund ν -Oszillation wissen wir daß $\Delta m_\nu > 0$)			
	e	μ	τ	-1
	$511 \text{ keV}/c^2$	$106 \text{ MeV}/c^2$	$1,78 \text{ GeV}/c^2$	
Quarks	u	c	t	$+\frac{2}{3}$
	$\sim 3 \text{ MeV}/c^2$	$\sim 1,3 \text{ GeV}/c^2$	$173 \text{ GeV}/c^2$	
	d	s	b	$-\frac{1}{3}$
	$\sim 6 \text{ MeV}/c^2$	$\sim 104 \text{ MeV}/c^2$	$\sim 4,2 \text{ GeV}/c^2$	

- Nur die Quarks und die geladenen Leptonen der ersten Generation sind stabil (Neutrinos sind alle stabil): $\text{II} + \text{III} \rightarrow \text{I}$.
- Massenspektrum: Die Massen der Teilchen nehmen mit Generationen zu. Auch wenn es möglicherweise einen tieferen Grund für das Massenspektrum gibt, so verstehen wir das Spektrum heute nicht.

Für Quarks existiert neben der elektrischen Ladung noch die sogenannte „Farbladung“ = Ladung der starken WW (hat nichts mit tatsächlicher Farbe zu tun), Sie kann 3 verschiedene Werte annehmen, die man häufig mit r, g, b bezeichnet.

Zu allen fundamentalen Teilchen existieren Anti-Teilchen mit entgegengesetzter Ladung ($q \leftrightarrow -q$; $r, g, b \rightarrow \bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$) aber gleicher Masse:

$$e \leftrightarrow e^+$$

$$u \leftrightarrow \bar{u}$$

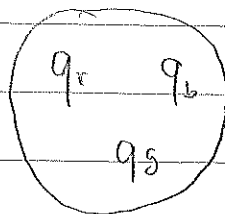
$$\nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e$$

$$d \leftrightarrow \bar{d}$$

Quarks existieren nicht frei sondern nur in „stark.“ gebunden Zuständen: Hadronen. Hadronen sind farbneutral. → Abschnitt 4

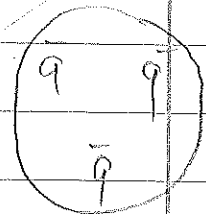
3 Farben
Baryonen:

n, p



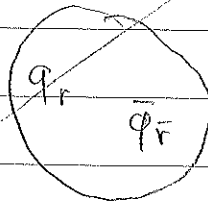
Anti-Baryonen

$\bar{n}, \bar{p}$



Farbe + Anti-farbe

Mesonen



Auch andere „Multi-Quark-Systeme“ (Tetra + Penta quarks) sind prinzipiell möglich. In letzten Jahren häufen sich die Anzeichen ihrer Existenz.

großer: Abschnitt 4

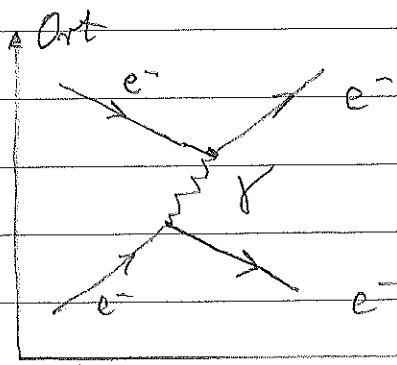
3. Fundamentale Wechselwirkungen

Neben der elektromagn. Kraft, die zwischen allen geladenen Teilchen wirkt, und der starken Kraft, die zwischen den farbgeladenen Quarks wirkt existiert die schwache Kraft, die für den radioaktiven β -Zerfall verantwortlich ist. Als vierte Kraft kennen wir die Gravitation.

Die klassische Behandlung der Kraft als Resultat eines Potentials ist wenig befriedigend. Bsp: Elektronenstreuung an elektr. Potential eines Protons: Es kommt zu einem Impuls austausch ohne dass dies mit einem Teilchen austausch verbunden wäre. Es handelt sich um eine Art „Fern-Wirkung“ deren Ursprung man nicht wirklich versteht.

Quantenfeldtheorie: Behandlung von Kräften und WW als quantisierte Felder. WW zwischen Elementarteilchen werden durch Austausch dieser Feldquanten (ganzzahlige Spins: Austauschbosonen) übertragen.

Bsp: Beschreibung der em. Streuung zweier Elektronen (QED)



Austausch eines Photons
(Feynman-Diagramm)

Das Standardmodell (QFT) beschreibt überaus erfolgreich die e.m., schwache und starke WW zwischen den fundamentalen Teilchen als Austausch von Photonen, $W^\pm$, Z Bosonen und Gluonen.

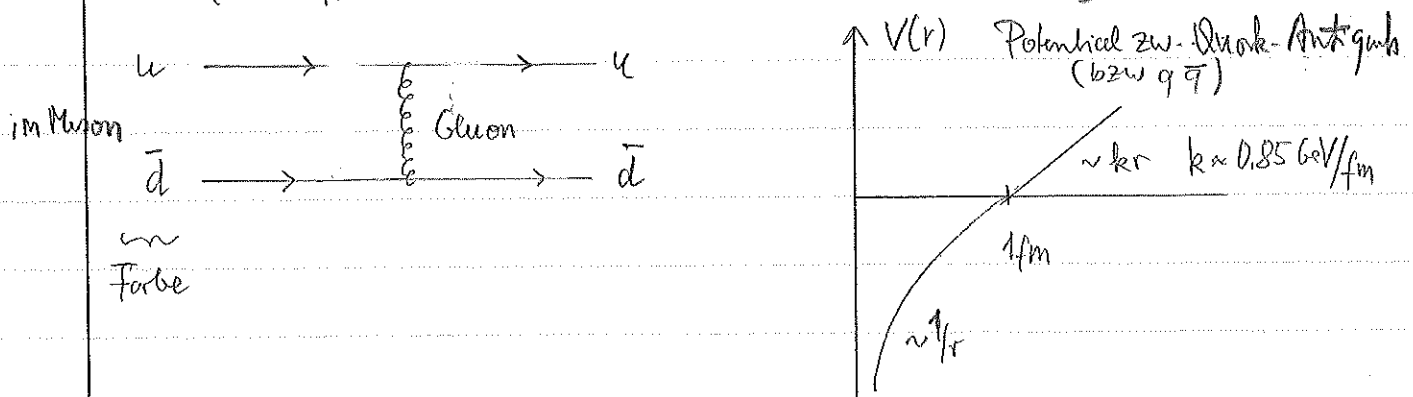
WW	rel. Stärke	Austauschboson	Spin	Masse	Reichweite
Starke	1	8 Gluonen	1	0	$< 1 \text{ fm}$
e.m.	$\sim 10^{-2}$	Photon	1	0	∞
Schwache	$\sim 10^{-7}$	$W^{\pm}, Z$	1	$80, 91 \text{ GeV}/c^2$	$\sim 10^{-3} \text{ fm}$
Gravitation	$\sim 10^{-39}$	Graviton?	2	0	∞

Bem. zu Gravitation:

- Spielt auf großen Skalen eine wichtige Rolle, kann aber bei Behandlung von Elementarteilchen für Energien unterhalb der Planck-Skala (10^{19} GeV), d.h. bis zu Abständen von $\ln 10^{-35} \text{ m}$ vernachlässigt werden.
- Es ist bis heute nicht gelungen die Gravitation im Rahmen einer QFT konsistent zu behandeln
(Problem sind nicht lineare Effekte: attraktives Potential zweier Massen $\rightarrow$ Beschleunigung $\rightarrow m = \gamma m_0 \dots$)

WW zwischen den fundamentalen Teilchen:

- e.m. WW wirkt zwischen allen elektr. geladenen Teilchen
- starke WW wirkt nur zwischen Teilchen mit Farbladung = Quarks
(als effektive Kraft auch zwischen Nukleonen eines Kerns)

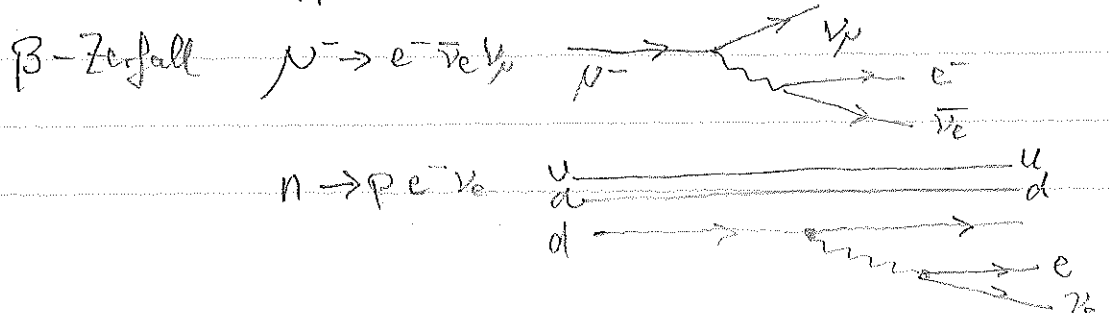


- entfernt man 2 Quarks voneinander wirken große Kräfte und es wird mehr und mehr Energie in das Feld zw. ihnen gepumpt.
- Quarks sind in farbneutralen Hadronen eingeschlossen: Confinement

Typen von Hadronen:

- Quark-Antiquark-Systeme = Mesonen Farbe + Anti-Farbe = Farb-neutral
Bsp: $\pi^+ = |u\bar{d}\rangle$, $\pi^- = |\bar{u}d\rangle$, $K^+ = |u\bar{s}\rangle$, $K^- = |\bar{u}s\rangle$
- 3 Quark-Systeme = Baryonen = r + b + g = Farbneutral
Bsp: $p = |uud\rangle$, $n = |udd\rangle$, $\Lambda^0 = |uds\rangle$
- Es gibt exp. Anzeichen für Tetraquarks ($qq\bar{q}\bar{q}$) und Pentaquarks ($qqq q\bar{q}$)
→ Aktuelle Forschung!

c) Schwache WW koppelt an alle Quarks + Leptonen (auch Neutrinos)



Teilchen	starke WW	e.m WW	schwache WW
ν	0	0	X
e^-	0	X	X
Quarks	X	X	X
auch Anti-Teilchen			

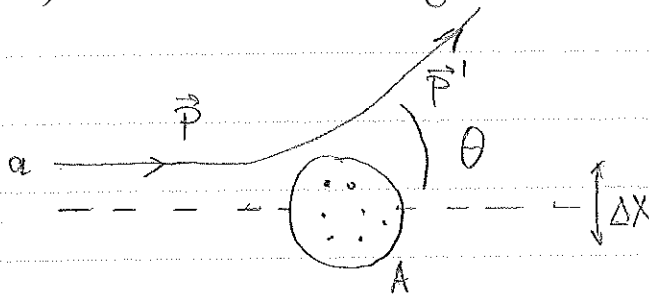
Neben den Austauschbosonen der 3 WW gibt es ein weiteres Boson (Spin 0) das zwar an alle massive Fermionen + massive Austauschbosonen koppelt und den Teilchen durch diese Kopplung Masse verleiht: Higgs-Boson, entdeckt 2012 am LHC

Das Higgs war das letzte Standardmodell-Teilchen und das erste fundamentale Spin=0 Teilchen.

4. Strukturuntersuchung durch Streuexperimente

Streuexperimente liefern über die Reaktionsraten, die Impuls- und Winkelverteilung der Reaktionsprodukte Informationen über die Dynamik der Wechselwirkung und über den Aufbau/Struktur des Teilchen.

a) elastische Streuung eines Test oder „Probe“ Teilchens an Target A:



$$a + A \rightarrow a + A$$

$$\Delta p_x = \sin \theta |\vec{p}|$$

Um Strukturen in A aufzulösen muß die DeBroglie Wellenlänge des Probesteilchens $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$ in der Größenordnung der Struktur sein.

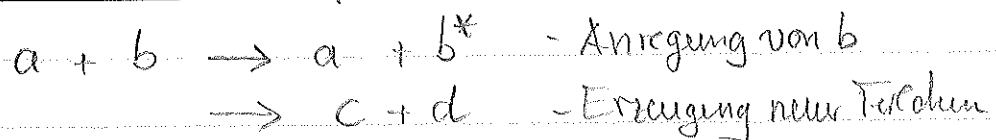
(Aus Optik: $\lambda \lesssim \Delta x$ mit $\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}$)

Auflösungsmöglichkeit: $\Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x}$

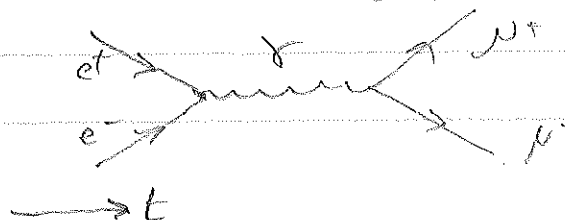
(Zur Abschätzung benutzt man)
 $\hbar c \approx 197 \text{ MeV fm}$

p	Δx ($\theta = 45^\circ$)
1 GeV/c	$0.3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
100 GeV/c	$3 \cdot 10^{-13} \text{ m}$
200 GeV/c	$1.5 \cdot 10^{-13} \text{ m}$

b) inelastische Streuexperimente



Bsp: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



5. Relativistische Kinematik

40

In der Teilchenphysik sind Teilchen in d.R. hochrelativistisch:

$$E \gg mc^2$$

Relativistische Energi-
Impuls - Beziehung

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

4er Vektoren:

$$(\text{Zeit, Ort}) \quad x = (ct, \vec{x}) = x^\mu$$

$$(E, \text{Impuls}) \quad p = (E/c, \vec{p}) = p^\mu$$

$$\text{allg.} \quad a = (a_0, \vec{a}) = a^\mu$$

Skalarprodukt

$$a \cdot b = a_0 b_0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\left[\begin{aligned} &= \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} a^\mu b^\nu \\ \text{mit } g_{\mu\nu} &= \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & -1 & \\ 0 & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \right]$$

Das so definierte Skalarprodukt ist lorentzinvariant
d.h. unabhängig von der Wahl des Bezugssystems.

Bsp. 1

$$p = (E/c, \vec{p}) \quad p \cdot p = \text{unabhängig von Bezugssyst.}$$

Labor:

$$p \cdot p = (E/c, \vec{p}) \cdot (E/c, \vec{p}) = E^2/c^2 - \vec{p}^2 = m^2 c^2$$

CMS:

$$p p = (mc, 0) (mc, 0) = m^2 c^2$$

$$= \underbrace{(\text{invariant. Masse})^2}_{\text{in allen Systemen gleich!}}$$

Bsp 2: Kollision zweier Teilchen

$$p_1 = (E_1/c; \vec{p}_1) \rightarrow \leftarrow p_2 = (E_2/c; \vec{p}_2)$$

$$c^2(p_1 + p_2)^2 = s = (\text{Schwerpunktsenergie})^2$$

(a) hochrelativistische Teilchen 1, 2: $m_i c^2 \ll E_i$: $E_i \approx p_i c$
 und $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ (Bsp. 2 hochrelativ. Elektronen: $\vec{p} \leftarrow \vec{p}$)

$$s = c^2(p_1 + p_2)^2 \approx \left((p_1 c; \vec{p}_1) + (p_1 c; -\vec{p}_1) \right)^2 c^2 = 4 \underbrace{p_1^2 c^2}_{E_1^2}$$

d.h. $\sqrt{s} = \text{Schwerpunktsenergie } E_{\text{CMS}} = 2E_1$

(b) Fixed-Target-Kollision: $m \xrightarrow{\vec{p}_1} \text{Target } M, \vec{p}_2 = 0$

$$s = c^2 \left((E_1/c; \vec{p}_1) + (Mc; 0) \right)^2$$

$$= c^2 (E_1/c + Mc)^2 - \vec{p}_1^2 = E_1^2 + 2c^2 M E_1 + M^2 c^4 - \vec{p}_1^2 c^2$$

$$= m_1^2 c^4 + \vec{p}_1^2 c^2 + 2c^2 M E_1 + M^2 c^4 - \vec{p}_1^2 c^2$$

$$\approx 2c^2 M E_1 \text{ für } mc, Mc \ll \vec{p}_1$$

$$\text{d.h. } \sqrt{s} = E_{\text{CMS}} \approx \sqrt{2c^2 M E_1} < E_1$$

7

8

9

10

III. Beschreibung von Streuprozessen

1. Feynman-Diagramme

Konkrete theoretische Einführung von Feynman-Diagrammen ist schwierig und erst in QFT möglich. Feynman-Diagramme beschreiben „Rechenregeln“ zur Berechnung von Übergangsamplituden. Sie können aus der Lagrangedichte (Felder) der entsprechenden Theorie ^{QFT} abgeleitet werden.

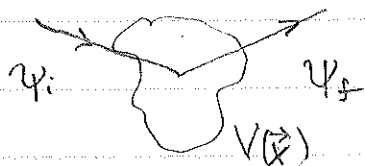
Feynman-Diagramme sind aber sehr illustrativ und vermitteln bereits ohne explizit ausgerechnet zu werden ein gutes Verständnis der Dynamik von WW-Prozessen. Sie sind als „Piktogramme“ ein wichtiges Werkzeug der Teilchenphysik.

Typisches Problem:

Vorhersage der WW-Wahrscheinlichkeit bzw. der WW-Rate eines Streuprozesses:

$$\text{Bsp.: } e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu^-$$

Aus der Atomphysik ist bereits die Übergangsamplitude eines atomaren Übergangs bekannt. Vereinfachte Situation:



Hamilton-Operator:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{WW} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\vec{x})$$

Störungstheorie für $\hat{H}_{WW} \ll \hat{H}_0$ (klein):

ψ_i, ψ_f sind Eigenfunktionen zu H_0 (freies Teilchen):

$$\psi_i = N \cdot \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t) \quad N = \text{Normierung}$$

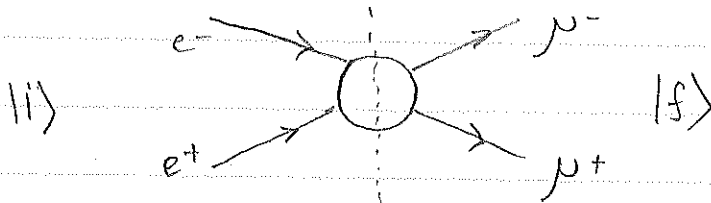
$$\text{mit } \vec{k} = \vec{p}/\hbar \quad \text{und } \omega = E/\hbar$$

Übergangsamplitude: $A(i \rightarrow f) = \int \int \psi_f^* H_{int} \psi_i d\vec{r} dt$
 $t = -\infty \rightarrow t = +\infty$

Übergangsrate: $\sim P(\text{Übergangswahrsch.}) \sim |A|^2$

Hier: (1) Teilchen bleibt erhalten
 (2) nichtrelativistisch $E = \frac{p^2}{2m}$

In der Teilchenphysik ist die Situation hingegen wie folgt:



(1) Teilchen vernichten sich und neue Teilchen entstehen
 (2) Teilchen sind hochrelativistisch.

ad 1) Zur korrekten Behandlung in QFT: $\psi(\vec{k})$ sind nicht mehr länger skalare Funktionen, sondern Operatoren die Teilchen + Antiteilchen mit Impuls $\vec{k}$ erzeugen bzw. vernichten können.

Zur Motivation der Beschreibung von Anti-Teilchen:*)

ad 2) Relativistische Energiimpulsbeziehung: $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

→ 2 Energieeigenwerte:

$$E_+ = +\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \rightarrow \omega_+ = \frac{+\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}}{\hbar} = \omega$$

$$E_- = -\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \rightarrow \omega_- = \frac{-\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}}{\hbar} = -\omega$$

→ zugehörigen Eigenfkt.: $E_+ > 0 : \psi_+ = N \cdot \exp(i\vec{k}\vec{x} - i\omega t)$
 $E_- < 0 : \psi_- = N \cdot \exp(i\vec{k}\vec{x} + i\omega t)$

*) Bei Verwendung der Dirac-Gleichung bzw. in QFT ergibt sich diese Diskrepanz → Anti-Teilchen folgen zwanglos!