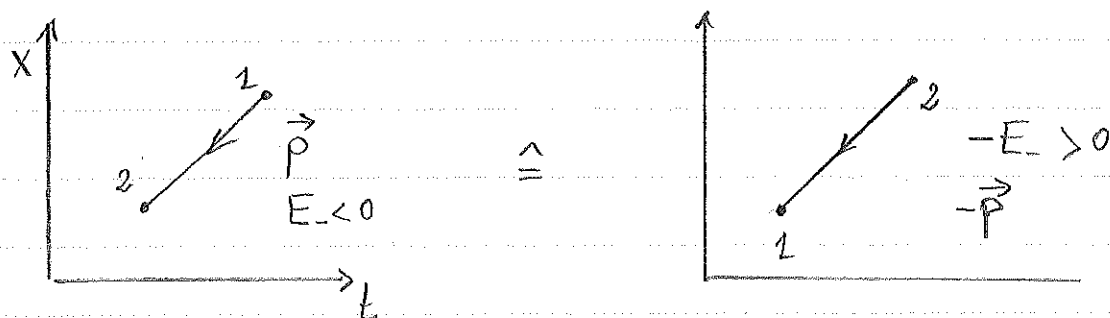


Interpretation der „neg. Energielösung“ (folgt zwanglos in QFT):



Teilchen bewegt sich in „ $-t$ “
Richtung mit neg. Energie

Anti-Teilchen in „ $+t$ “ Richtung
mit pos. Energie und umgekehrten
Impuls $-\vec{p}$.

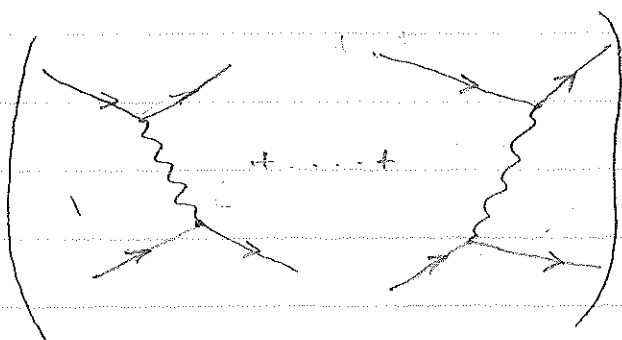
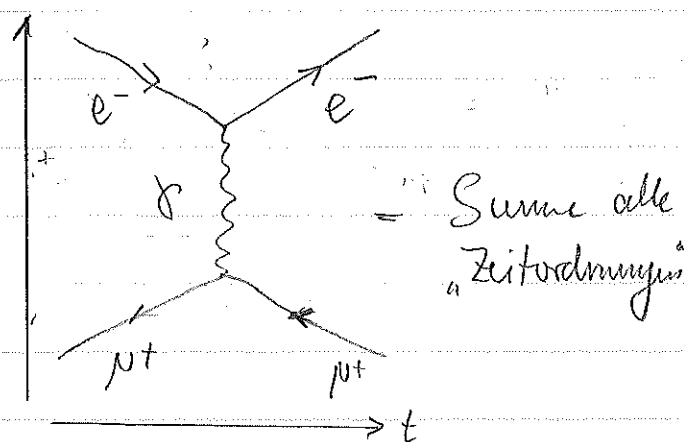
→ Die Lösungen für E_- erlaubt die Beschreibung von Antiteilchen. *)

1.1 Feynman-Diagramme in QED

→ zur Berechnung von Übergangsamplituden von elektromagn. Prozessen.

Bsp: $e^- \mu^+ \rightarrow e^- \mu^+$ Streuung
 $L_e = 1, L_\mu = 1$

{ Vernichtung von $e^- \mu^+$ nicht
möglich, weil L_e, L_μ
= Leptonenzahlen erhalten bleiben



Bem.: Ich benutze die oben motivierte Konvention daß
Anti-Teilchen durch $-\vec{p} = \leftarrow$ beschrieben werden.

*) häufig zu finden: „Antiteilchen laufen rückwärts in Zeit“ – nicht wirklich
richtig.

a) Feynman-Regeln und ihre Bedeutung

(1) Fermione (im Limit frei) : Pfeile in pos. Zeitrichtung
 A-Fermionen ($-\leftarrow$) : Pfeile in neg. Zeitrichtung

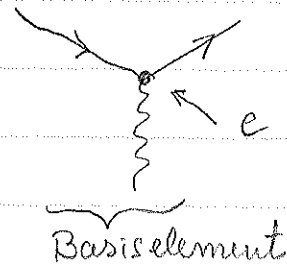
(2) Austauschboson = Photon : 

(3) In QED nur eine Art von Vertex:

Stärke der Photon-Fermion Koppl.

$\sim$ elektr. Ladung e

$\sim \sqrt{\alpha} \sim \frac{1}{\sqrt{137}}$

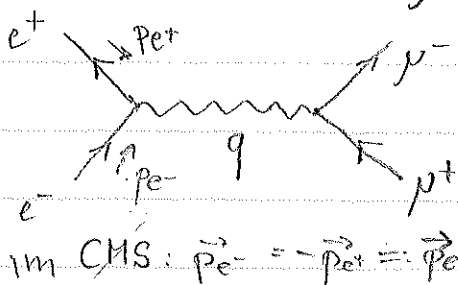


(4) An jedem Vertex gilt 4er Impuls-erhaltung
 und Leptonzahlerhaltung ($L_e(e^-) = +1$
 $L_e(e^+) = -1$)

(5) Innere Linien zB. "Photon Linien" (Propagator)
 sind virtuell und erfüllen i.d. Regel nicht
 die Energi-impuls-Beziehung freier Teilchen
 insbesondere $q^2 + m_\gamma^2 c^2 = 0$ / 4er Impuls $\neq$ Invariante Masse $\frac{q^2}{c^2}$

(6) Äußere Teilchen (Linien) sind reelle Teilchen
 und erfüllen die Energi-Impuls-Bez. $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

Bsp: $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ bei LEP $45 \text{ GeV}/c \rightarrow \leftarrow 45 \text{ GeV}/c$



4er Impuls q des Photons:

$$q = \left(\frac{E_e}{c}, \vec{p}_e \right) + \left(\frac{E_e}{c}, -\vec{p}_e \right) = 2E_e/c$$

$$q^2 = 4E_e^2/c^2 \neq m_\gamma^2 c^2 = 0$$

wie man für freies Photon erwartet!

$$L_e = 0$$

$$L_\mu = 0$$

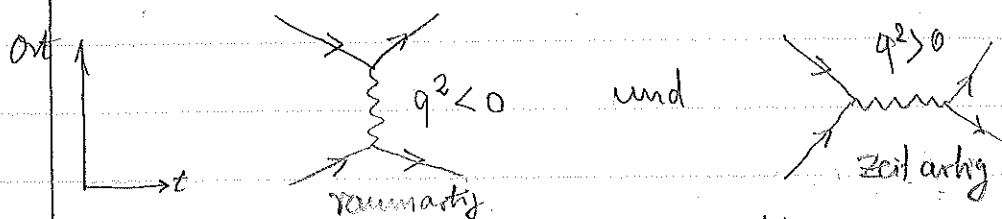
$$L_\mu = 0$$

$$L_e = 0$$

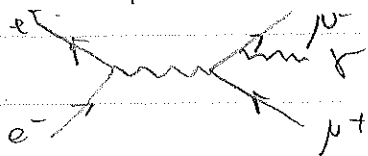
Die Energie-Impuls-Beziehung ist also für das virtuelle Photon verletzt.
Dies ist aufgrund der Heisenberg'schen Unschärfe $\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$ für eine kurze Zeit möglich. $\rightarrow$ erlaubt interessante kurzzeitige Quantenfluktuationen.

Bem. zum q^2 von ausgetauschten Photonen:

Je nach Vorzeichen des q^2 -Werts des virtuellen Photons / Teilchens spricht man von raumartigen ($q^2 < 0$) und zeitartigen ($q^2 > 0$) Photonen.

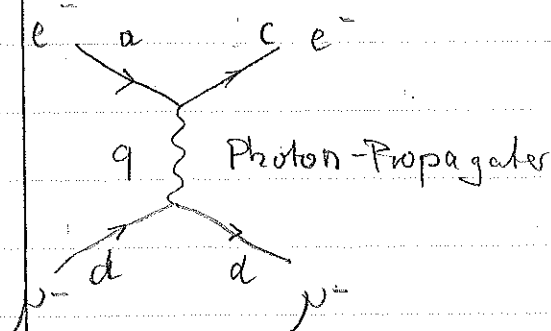


Für freie Photonen: z.B. Bremsstrahlung



$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma \quad q^2 = m_\gamma^2 c^2 = 0!$$

b) Übergangsamplitude aus Feynman-Graphen



Struktur von A :

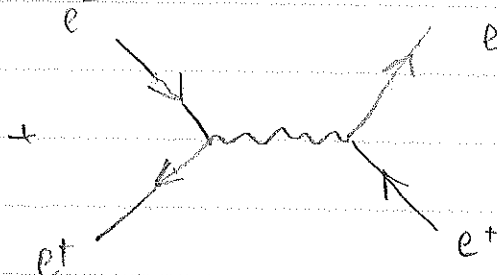
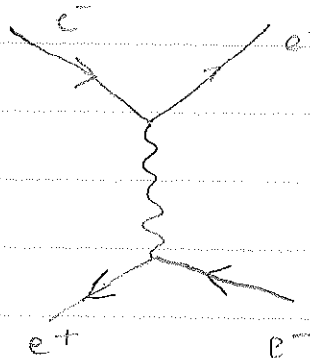
$$A(a+b \rightarrow c+d) \sim \underbrace{\langle c | W | a \rangle}_{W \sim e} \cdot \underbrace{\text{Photon-Propagator}}_{\frac{1}{q^2}} \cdot \underbrace{\langle d | W | b \rangle}_{W \sim e}$$

$$\Rightarrow A(e^- p^- \rightarrow e^- p^-) \sim e \cdot \frac{1}{q^2} \cdot e \sim \frac{\alpha}{q^2} + \text{Terminstruktur konst.}$$

In ähnlicher Weise können auch andere Prozesse beschrieben werden.

Ein physikal. beobachtbarer Prozess (bsp $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) wird durch die Summe aller möglichen Amplituden (= Feynman Diagramme), die zum gleichen Endzustand führen, beschrieben. Die Einzelamplituden werden kohärent (auf Amplitudenlevel) zur Gesamtamplitude addiert. Die Wechselwirkungsrate ergibt sich dann als Betragsquadrat der Gesamtamplitude:

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-:$$



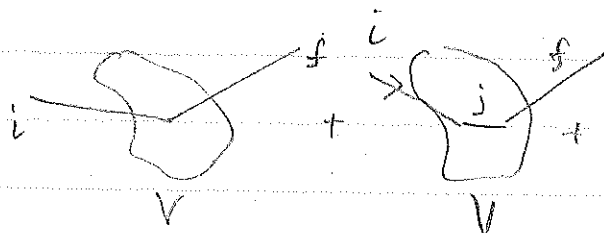
$$A_1 + A_2 = A_{\text{tot}}$$

$$\text{WW-Rate} \sim |A_{\text{tot}}|^2 = |A_1 + A_2|^2$$

→ Man erwartet Beiträge von Interferenzen (→ interessanter Effekt)

c) Feynman-Graphen höherer Ordnung

Idee: (klassisches Potential V)



+ mehrere Zwischenzustände

$$A(i \rightarrow f) \propto \langle f | H_W | i \rangle + \sum_j \frac{\langle f | H_W | j \rangle \langle j | H_W | i \rangle}{E_i - E_j}$$

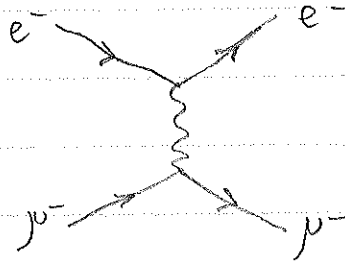
→ Störungsreihe

→ Störungsentwicklung in QED

Bsp: $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$

leading order (LO)

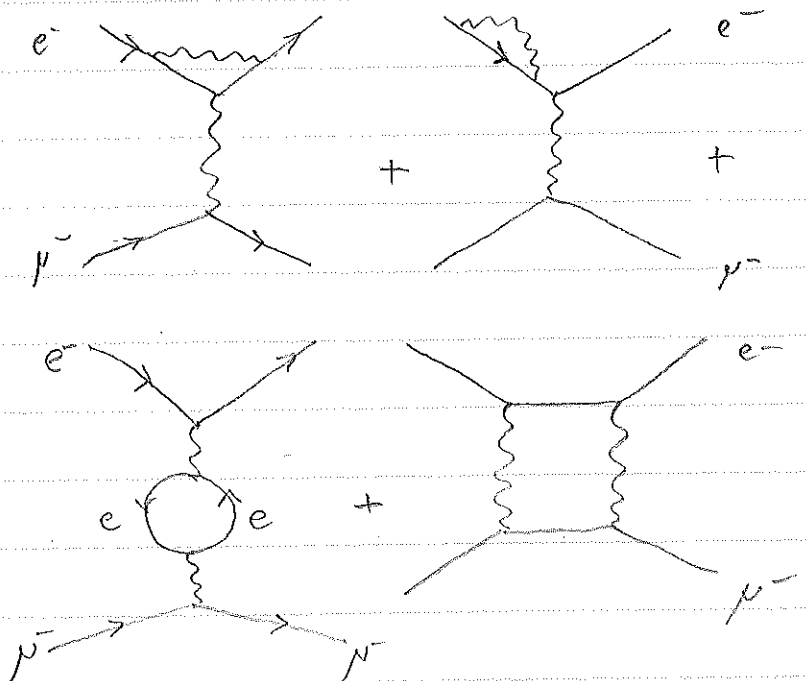
$$A_{LO} \sim e^2 \sim \alpha$$



next-to-leading order (NLO)

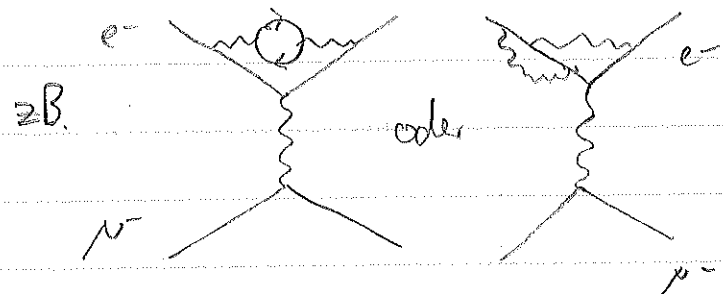
$$A_{NLO} \sim e^4 \sim \alpha^2$$

(gleiche Anfangs- + Endzustands Teilchen)



next-to-next to leading order (NNLO)

$$A_{NNL} \sim e^6 \sim \alpha^3$$



Da $\alpha = \frac{1}{137} \ll 1$ spielen in der Störungsreihenentwicklung die Terme höherer Ordnung eine immer weniger wichtige Rolle.

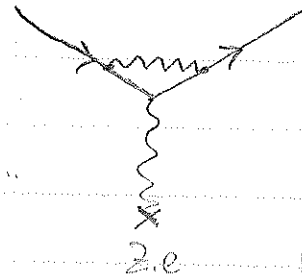
d) Meßbare Effekte der Quanten-Korrekturen:

1) Lamb-Shift (s. oben) $\rightarrow$ Atomphysik

2) Anomales magnetisches Moment:

$$\vec{\mu} = g \underbrace{\frac{e\hbar}{2mc}}_{\text{Bohr Magneton}} \cdot \frac{\vec{S}}{\hbar} = (g-2) \approx \frac{\alpha}{\pi} - 0,66 \frac{\alpha^2}{\pi^2} + \dots$$

$= 2$ in Dirac-Theorie

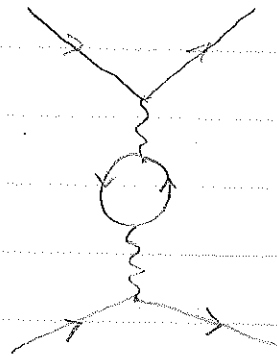


3) Running von α : $\alpha = \alpha(q^2)$

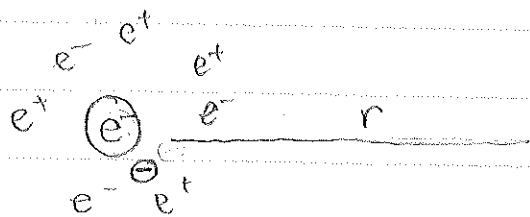
Vakuumpolarisation

führt zur teilweisen Abschirmung der Ladung und damit zu einem „laufenden“ Kopplungskonst.

$$\alpha = \alpha(q^2)$$



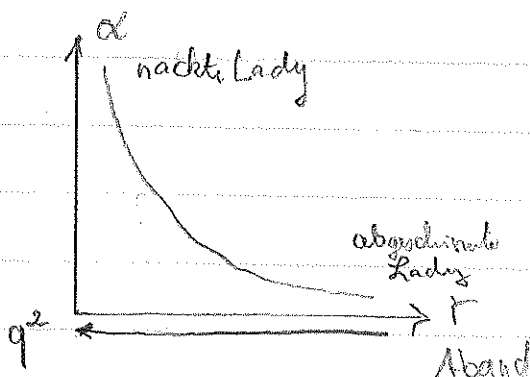
Ladung ist umgeben von e^+e^- -Paaren:



Testladung

$\ominus$ großer Abstand $\hat{=}$ kleines q^2
 $\rightarrow$ abgeschirmte Ladg: α klein

kleiner Abstand $\hat{=}$ großes q^2
 $\rightarrow$ „nackte“ Ladung ist α groß

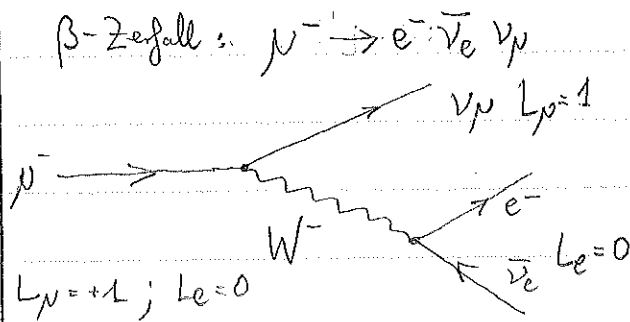


Feinstruktur $\alpha = \frac{1}{137}$ ist im Limit
 $q^2 \rightarrow 0$ gemessen: $\alpha(q^2 = M_Z^2) = \frac{1}{128}$

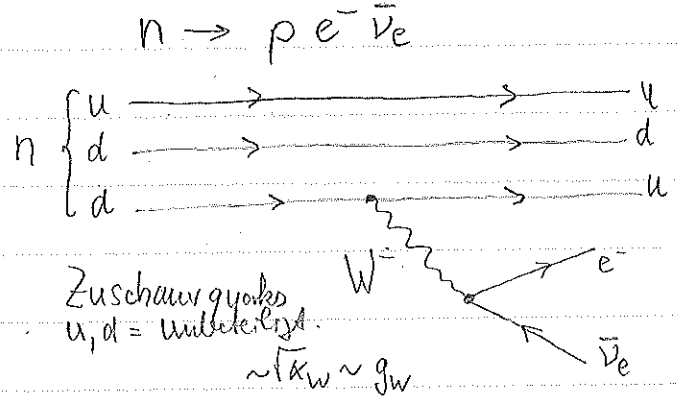
Bem. Die hier diskutierten Quanteneffekte spielen auch für die anderen WW eine Rolle!

1.2 Feynman-Graphen für schwache WW

Austausch-Boson: QED = Photon (masselos) $\rightarrow$ Schwache WW = $W^\pm, Z$ (massiv)



Kopplungsstärke $\sim \sqrt{\alpha_W} \sim g_W$



Wie in QED gilt Leptonzahl erhalten. Quarktyp bleibt nicht erhalten!
 $W^\pm$ Bosonen: $u\text{-typ} \leftrightarrow d\text{-typ}$ Quarks (bei $W^\pm$!)

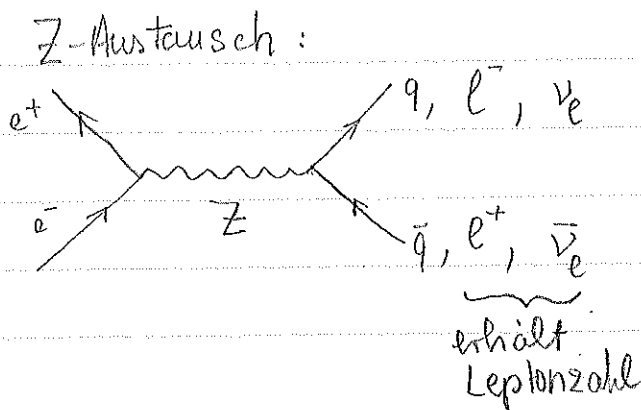
Massive W -Bosonen ($80 \text{ GeV}/c^2$) führen zu einem modifizierten Propagator

$$\frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2} \quad \leftarrow \text{Pol, falls } q^2 = M_W^2 c^2$$

$$A \sim \frac{g_W^2}{q^2 - M_W^2 c^2}$$

Für kleine q^2 ($q^2 \ll M_W^2 c^2$): $A \sim \frac{g_W^2}{M_W^2 c^2}$ starke $1/M_W^2$ Unterdrückung

$\rightarrow$ Grund für die „Schwäche“ der WW
($g_W \approx \mathcal{O}(e)$)



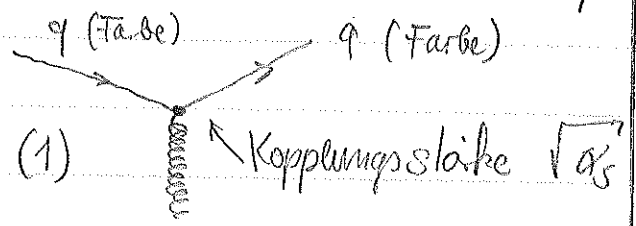
wegen $A \sim \frac{1}{q^2 - M_Z^2 c^2}$

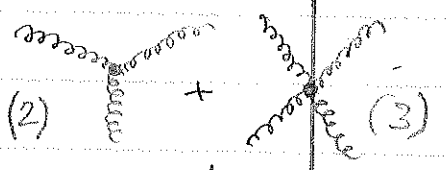
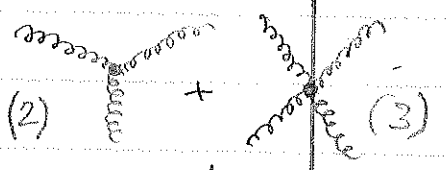
„Pol“ für $q^2 \approx M_Z^2 c^2$

$\rightarrow$ Ausbeuge der WW-Reihe!

1.3 Feynman-Graphen für starke WW

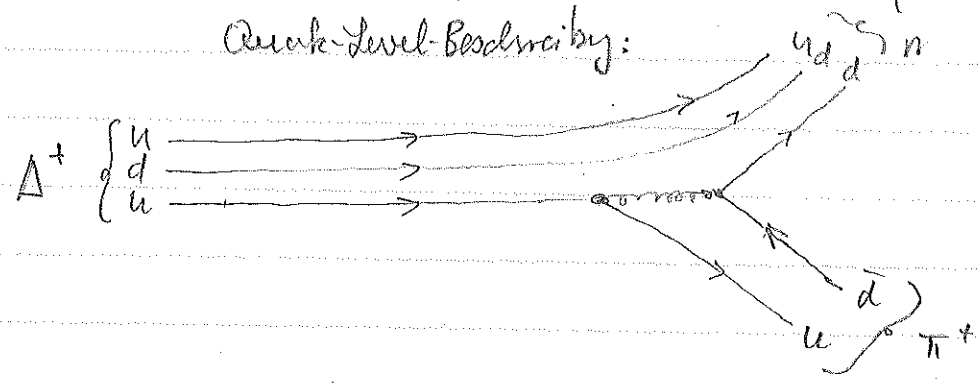
Austausch-Bosonen = masselose Gluonen $\rightarrow$ Propagator $\sim \frac{1}{q^2}$

Fundamentale Vertices: (dunkel bleibt erhalten!) (1) 

Aber Gluonen tragen selbst Farbe (spati) 
Zusätzliche Vertices $\Rightarrow$ Gluon-Gluon-Kopplung: (2)  (3)

Bem.: Aufgrund der Quasibosoncharakteren findet man auch hier eine „laufende Kopplungskonstante“ -
Aber: $\alpha_s(q^2) = (9/16\pi/c^2) \approx 0.123$ $\alpha_s = O(1)$ für $q^2 \approx (200 \text{ MeV}/c)^2$

Bsp.: Starker Zerfall einer Δ -Resonanz (Baryon)
 $\Delta^+(uud) \rightarrow n(udd) + \pi^+(u\bar{d})$
Quark-Level-Beschreibung:



Bem.: Die Quark-Level-Beschreibung von ^{starkem} Hadronenzerfällen ist sinnvoll um den Quarkinhalt zu verstehen. Störungstheoretisch aber machen diese Feynman-Graphen keinen Sinn. (Wegen $\alpha_s \rightarrow 1$ keine Störungstheorie + Entwicklung sinnvoll)

„Harte“ (q^2 groß) Streuungen aber gut beschreibbar: - QCD gut getestet.



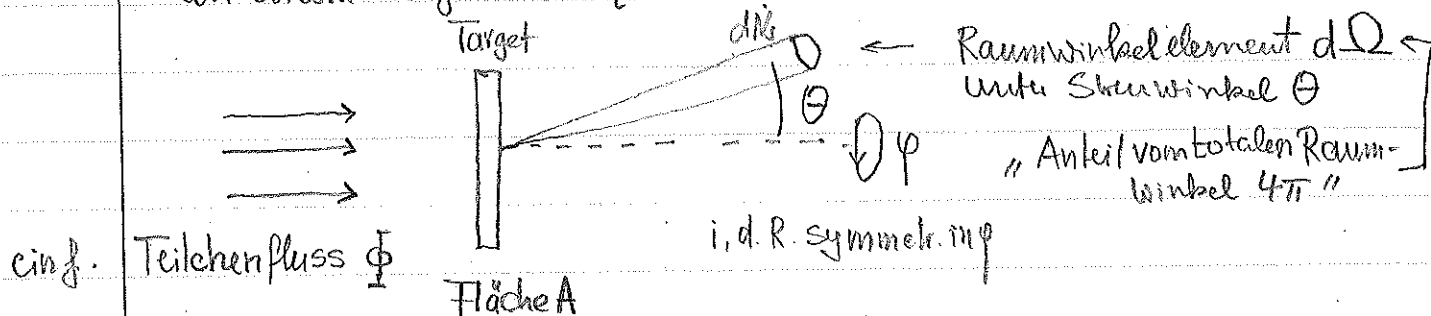
2. Wirkungsquerschnitt

52

- 2.1 Wirkungsquerschnitte und Winkelverteilungen von Streuprozessen liefern Informationen über die WW zwischen Projektile und Target. Der Wirkungsquerschnitt (WQ) ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Reaktion zwischen zwei Streupartnern.

Betrachte die Streuung eines mono-energetischen Teilchenstrahl.

an einem Target mit N_t Streuzentren:



- einfallender Teilchenfluss Φ

$$\Phi = \frac{\dot{N}_i}{A} = n_i v_i \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \dot{N}_i = \text{Rate der auf A einfallenden Teilchen} \\ n_i = \text{Teilchendichte in Strahl} \\ v_i = \text{Teilchengeschw. im Strahl} \end{cases}$$

- $d\dot{N}_s$ = Rate der nach $d\Omega(\varphi, \theta)$ gestreuten Teilchen

$$d\dot{N}_s(\varphi, \theta) \sim \Phi \cdot N_t \cdot d\Omega(\varphi, \theta)$$

Proportionalitätskonst. bezeichnet man als diff. WQ $\sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}$

$$\sigma_{\text{diff}}(\varphi, \theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\dot{N}_s(\varphi, \theta)}{\Phi N_t d\Omega}$$

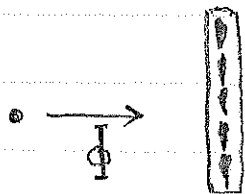
Den totalen WQ erhält aus der Gesamtrate $\dot{N}_s$ der gestreuten Teilchen:

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\dot{N}_s}{\Phi N_t} = \int_{4\pi} \sigma_{\text{diff}} d\Omega$$

Dimension des WQ = $\frac{\text{Rate}}{\text{Rate/Fläche}} = \text{Fläche}$

{ Einheit von σ
 $1b = 1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$
 $= 10^{-24} \text{ cm}^2$

- (1) Pkt förmiges Projektil trifft auf sehr dünnes Target ($\rightarrow$ kein Überlapp der Streuer), nur Kontaktwechselwirkung:



Gesamtrate der gestreuten Teilchen:

$$\dot{N}_S = \Phi N_t \cdot A_E, \text{ mit } A_E = \text{Querschnitt der Streuer} = \pi R_E^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{tot}} = \frac{\dot{N}_S}{\Phi N_t} = A_E = \pi R_E^2$$

d.h. der totale WQ entspricht dem geometr. Querschnitt eines Streuzentrums (Streuers).

Teilchenmodell

- (2) Abschätzung des WQ für Proton-Proton Streuung $p \rightarrow \leftarrow p$

$p \rightarrow \leftarrow p$
} Stoßparameter b
 $b_{\text{max}} = 2R_p = 2 \cdot 0.8 \text{ fm} = 1.6 \text{ fm}$

starke WW $\Rightarrow$ kurzreichweitig $\Rightarrow$ geometr. Querschnitt als Abschätzung

$$\sigma_{\text{tot}} = \pi b_{\text{max}}^2 = \pi (1.6 \text{ fm})^2 \approx 80 \text{ mb}$$

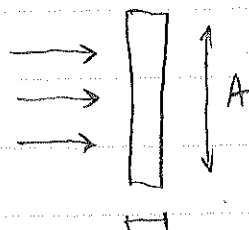
experimentelle Werte für totalen WQ (=inelastisch + elastisch Anteil):

$$\sigma_{pp}(10 \text{ GeV}) \approx 40 \text{ mb}$$

$$\sigma_{pp}(1 \text{ TeV}) \approx 80 \text{ mb}$$

$\Rightarrow$ d.h. Annahme des geometr. Querschnitts für die Proton-Proton Streuung ist eine gute Abschätzung und bestätigt die kurze Reichweite der starken WW.

2.2) Freiweglänge und Strahl-Abschwächung



betrachte „dickes“ Target:

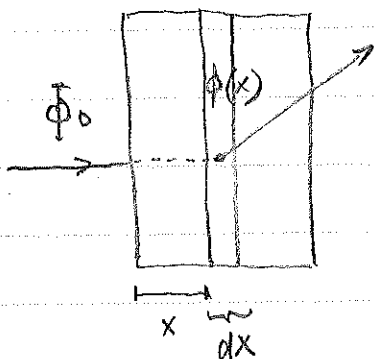
Zahl der Streuzentren: $N_t = n_t \cdot A \cdot d$

mit der Targetdichte: $n_t = \frac{\rho N_A}{M_{\text{mol}}}$

(wobei ρ = Dichte $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$; N_A = Avogadro Zahl
 $= 6.022 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{Mol}}$
 M_{mol} = Molmasse = $\frac{\text{g}}{\text{Mol}}$)

Streurate: $\dot{N}_s = \bar{\Phi} \cdot N_t \cdot \sigma$
 $= \dot{N}_i \cdot n_t \cdot d \cdot \sigma$ wg. $\bar{\Phi} = \frac{\dot{N}_i}{A}$; $n_t = \frac{N_t}{A \cdot d}$

Streuwahrscheinlichkeit für dickes Target:



Wahrscheinlichkeit für eine Reaktion in dx nach der Strecke x :

$$dW(x) = \frac{\dot{N}_s(x)}{\dot{N}_i(x)} = n_t \sigma dx$$

→ Abnahme des Teilchenflusses $\phi(x)$ mit x :

$$-d\phi(x) = \phi(x) (n_t \sigma dx)$$

Integration: $\phi(x) = \phi_0 e^{-x(n_t \sigma)}$
 $= \phi e^{-x/\lambda}$

mit der mittleren freien Weglänge λ der Projektile im Target:

$$\lambda = \frac{1}{n_t \cdot \sigma}$$

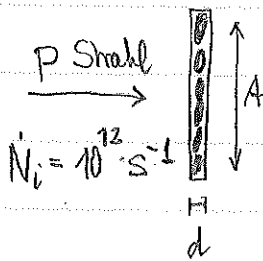
2.3) Luminosität

Reaktionsrate : $\dot{N}_S = \underbrace{\phi \cdot N_t}_{\mathcal{L}} \cdot \sigma$
 (= Rate geschehener Trefen)
 $\mathcal{L}$ = Luminosität
 $[\mathcal{L}] = \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$

Häufig auch „integrierte Luminosität“: $\mathcal{L}_{\text{int}} = \int \mathcal{L} dt$: $\dot{N}_S = \mathcal{L}_{\text{int}} \sigma$

Bsp: Fixed Target Konfiguration

Ereignisse.



Target-Dichte $n_t = N_A \frac{\rho}{M_{\text{mol}}} \stackrel{\text{typ.}}{\approx} 10^{24} \text{ cm}^{-3}$

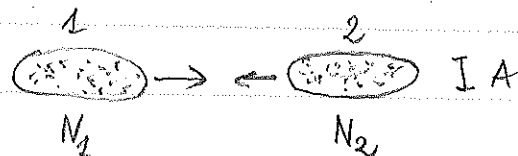
Zahl Target $N_t = N_A \frac{\rho}{M_{\text{mol}}} \cdot A \cdot d$

→ Luminosität $\mathcal{L} = \phi N_t = \frac{\dot{N}_i}{A} \cdot N_A \frac{\rho}{M_{\text{mol}}} \cdot A \cdot d$

$N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

$= \dot{N}_i n_t \cdot \underbrace{1 \text{ cm}}_{=d} \approx 10^{36} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1}$

Bsp.: Collider-Konfiguration
 (Speicherringe)



$\mathcal{L} = f \cdot \frac{N_1 N_2}{A}$ mit $\begin{cases} N_1, N_2 = \text{Zahl der Teilchen im Strahl} \\ f = \text{Umlauffrequenz, Kollisionsfrequenz} \\ A = \text{Strahlquerschnittsfläche} \end{cases}$

LHC: Die beiden Strahl bestehen aus insgesamt $n_b (=2808)$ Strahlbündeln mit je $N (=1.2 \cdot 10^{14} \text{ (max)})$ Protonen, $A \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$ ($\approx \sigma 60 \mu\text{m}$)

$\mathcal{L} = \underbrace{f \cdot n_b}_{\text{n mal mehr Kollisionen}} \frac{N^2}{A} \approx 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ mit $f = 11,25 \text{ kHz}$

$\dot{N}_S = \mathcal{L} \cdot \sigma_{pp} \approx 800 \text{ MHz}$ (pp Ereignisse!)