

4. Streuung

4.1 Allgemeine Betrachtung von Streuprozessen

Streuexperimente sind eine wichtige Methode der Kern- und Teilchenphysik, um sowohl Details der Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Teilchen zu untersuchen, als auch Aufschlüsse über die innere Struktur der Atomkerne und ihrer Bausteine zu erhalten. Ihre Diskussion wird daher im Folgenden einen großen Raum einnehmen.

Bei einem typischen Streuexperiment wird ein Strahl von Teilchen mit (meist) wohldefinierter Energie auf das zu untersuchende Objekt, das Streuzentrum (englisch: *Target*) geschossen. Gelegentlich kommt es dabei zu einer Reaktion

$$a + b \rightarrow c + d$$

zwischen Projektil und Target. Hierbei bezeichnen a und b Strahl- und Targetteilchen, c und d die Reaktionsprodukte, deren Zahl in inelastischen Reaktionen auch größer als Zwei sein kann. Rate, Energie und Masse der Reaktionsprodukte sowie ihr Winkel relativ zur Einfallsrichtung der Strahlteilchen werden mit geeigneten Detektoranordnungen registriert.

Experimentell ist es heute möglich, Strahlen verschiedenster Teilchensorten (Elektronen, Protonen, Neutronen, schwere Ionen, ...) zu erzeugen. Die Strahlenergien reichen dabei von 10^{-3} eV für „kalte“ Neutronen bis zu 10^{12} eV für Protonen. Es gibt auch Strahlen von Teilchen, die erst in Hochenergieereaktionen erzeugt werden müssen und zum Teil kurzlebig sind, wie Neutrinos, Myonen, π^- oder K-Mesonen oder Hyperonen ($\Sigma^\pm$, Ξ^- , Ω^-).

Als Streumaterial verwendet man feste, flüssige und gasförmige Targets, oder, bei Speicherringexperimenten, auch andere Teilchenstrahlen. Beispiele für die letzte Kategorie sind der Elektron-Positron-Speicherring LEP (Large Electron Positron collider) am CERN ¹ in Genf mit einer Strahlenergie von maximal $E_{e^+,e^-} = 86$ GeV, der Proton-Antiproton-Speicherring „Tevatron“ am Fermi National Accelerator Laboratory (FNAL) in den USA ($E_{p,\bar{p}} = 900$ GeV) oder der Elektron-Proton-Speicherring HERA (Hadron-Elektron-Ringanlage) am DESY² in Hamburg ($E_e = 30$ GeV, $E_p = 920$ GeV), der 1992 in Betrieb genommen wurde.

¹ Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

² Deutsches Elektronen-Synchrotron

In Abb. 4.1 sind einige Streuprozesse symbolisch dargestellt. Wir unterscheiden zwischen elastischen und inelastischen Streureaktionen.

Elastische Streuung. Bei einem elastischen Prozess (Abb. 4.1a)

$$a + b \rightarrow a' + b'$$

sind die Teilchen vor und nach der Streuung identisch. Das Target b bleibt in seinem Grundzustand und übernimmt lediglich den Rückstoßimpuls sowie die entsprechende kinetische Energie. Der Apostroph soll hierbei andeuten, dass die Teilchen im Endzustand sich von denen im Anfangszustand nur in ihren Impulsen und Energien unterscheiden. Streuwinkel und Energie des Teilchens a' und Produktionswinkel und Energie des Teilchens b' sind eindeutig korreliert. Aus der Variation der Streuraten mit der Einfallsennergie und dem Streuwinkel kann man wie in der Optik auf die räumliche Gestalt des streuenden Objekts rückschließen.

Es ist leicht einzusehen, dass die Energie der einfallenden Teilchen um so größer sein muss, je kleiner die Strukturen sind, die man auflösen will. Die reduzierte De-Broglie-Wellenlänge $\lambda = \hbar/p$ eines Teilchens mit dem Impuls p ist gegeben durch

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2mc^2 E_{\text{kin}} + E_{\text{kin}}^2}} \approx \begin{cases} \hbar/\sqrt{2mE_{\text{kin}}} & \text{für } E_{\text{kin}} \ll mc^2 \\ \hbar c/E_{\text{kin}} \approx \hbar c/E & \text{für } E_{\text{kin}} \gg mc^2 \end{cases} \quad (4.1)$$

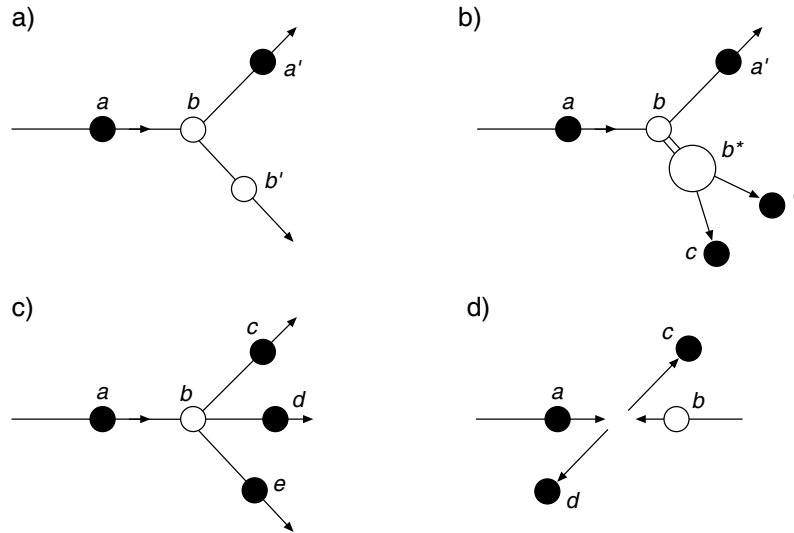


Abbildung 4.1. Symbolische Darstellung von Streuprozessen: (a) elastische Streuung; (b) inelastische Streuung – Erzeugung eines angeregten Zustands, der in zwei Teilchen zerfällt; (c) inelastische Erzeugung neuer Teilchen; (d) Reaktion kollidierender Strahlen.

Wenn man Strukturen mit einer linearen Ausdehnung Δx auflösen will, darf die Wellenlänge maximal von derselben Größenordnung sein: $\lambda \lesssim \Delta x$.

Nach der Heisenberg'schen Unschärferelation benötigt man dafür einen Teilchenimpuls

$$p \gtrsim \frac{\hbar}{\Delta x}, \quad pc \gtrsim \frac{\hbar c}{\Delta x} \approx \frac{200 \text{ MeV fm}}{\Delta x}. \quad (4.2)$$

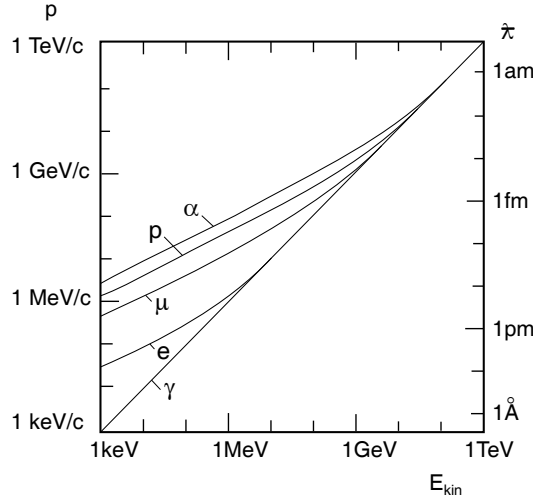
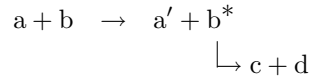


Abbildung 4.2. Zusammenhang zwischen kinetischer Energie, Impuls und reduzierter Wellenlänge für Photonen (γ), Elektronen (e), Myonen (μ), Protonen (p) und ^4He -Kerne (α). Der Durchmesser von Atomen beträgt typischerweise einige Å (10^{-10} m), der von Atomkernen einige fm (10^{-15} m).

Zur Untersuchung der räumlichen Gestalt von Atomkernen, deren Radien typischerweise einige fm betragen, werden daher Strahlimpulse in der Größenordnung von 10 – 100 MeV/c benötigt; einzelne Nukleonen, deren Radien bei 0.8 fm liegen, werden bei Impulsen oberhalb von ≈ 100 MeV/c aufgelöst; zur Auflösung der Konstituenten des Nukleons, der Quarks, muss man tief ins Innere des Nukleons blicken. Hierfür sind Strahlimpulse von vielen GeV/c erforderlich (siehe Abb. 1.1).

Inelastische Streuung. Bei inelastischen Reaktionen (Abb. 4.1b)



regt ein Teil der vom Teilchen a an b abgegebenen kinetischen Energie es auf einen höheren Energiezustand b^* an, wobei der angeregte Zustand nach einiger Zeit wieder unter Emission eines leichten Teilchens (z. B. eines Photons oder π -Mesons) in den Grundzustand übergeht oder in zwei oder mehrere andere Teilchen zerfällt.

Beobachtet man bei einer Reaktion nur das gestreute Teilchen a' , nicht aber die anderen Reaktionsprodukte, so spricht man von einer *inklusive*

Messung, weist man alle Reaktionsprodukte nach, von einer *exklusiven* Messung.

Wenn es die Erhaltungssätze für die Leptonen- oder Baryonenzahl (siehe Abschn. 8.2 und 10.1) erlauben, kann das Strahlteilchen bei der Reaktion auch völlig verschwinden (Abb. 4.1c,d). Seine Gesamtenergie dient dann zur Anregung des Targets oder zur Produktion neuer Teilchen. Inelastische Reaktionen sind die Basis der Kern- und Teilchenspektroskopie, die im zweiten Teil dieses Buches ausführlich diskutiert wird.

4.2 Wirkungsquerschnitt

Wie bereits erläutert, liefern die in Streuexperimenten gemessenen Reaktionsraten sowie Energie- und Winkelverteilung der Reaktionsprodukte Informationen über die Dynamik der Wechselwirkung zwischen Projektil und Targetteilchen, d. h. über die Form des Wechselwirkungspotentials und die Kopplungsstärke. Die wichtigste Größe bei der Beschreibung und Interpretation dieser Reaktionen ist der sogenannte *Wirkungsquerschnitt* σ , der ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Reaktion zwischen den beiden Stoßpartnern ist.

Geometrischer Reaktionsquerschnitt. Zur Veranschaulichung dieser Größe betrachten wir ein vereinfachtes Modellexperiment. In einem dünnen Streutarget der Dicke d mögen sich N_b Streuzentren b befinden. Die Teilchendichte im Streuer sei n_b . Jedes Targetteilchen besitzt die Querschnittsfläche σ_b . Diese Querschnittsfläche soll experimentell bestimmt werden. Dazu schießen wir einen monoenergetischen Strahl von punktförmigen Teilchen a auf das Target. Wir nehmen an, dass es immer dann zu einer Reaktion kommt, wenn ein Strahlteilchen auf ein Targetteilchen trifft. Das Projektil soll dann aus dem Strahl verschwinden, unabhängig davon, ob die Reaktion elastisch oder inelastisch war, also unabhängig davon, ob das Targetteilchen b angeregt wurde oder nicht. Die totale Reaktionsrate $\dot{N}$, also die Gesamtzahl der Reaktionen pro Zeiteinheit, ist dann gegeben durch die Differenz der Strahlteilchenrate $\dot{N}_a$ vor und hinter dem Targetmaterial und ist ein direktes Maß für die Querschnittsfläche σ_b (Abb. 4.3).

Der einfallende Teilchenstrahl habe die Querschnittsfläche A , die Teilchendichte sei n_a . Die Zahl der Strahlteilchen, die pro Flächeneinheit und pro Zeiteinheit auf das Target treffen, bezeichnet man als *Fluss* Φ_a . Er ist gleich dem Produkt aus Teilchendichte und Teilchengeschwindigkeit v_a

$$\Phi_a = \frac{\dot{N}_a}{A} = n_a \cdot v_a \quad (4.3)$$

und hat die Dimension $[(\text{Fläche} \times \text{Zeit})^{-1}]$.

Die Gesamtzahl der Targetteilchen innerhalb des Strahlquerschnitts ist $N_b = n_b \cdot A \cdot d$. Die Reaktionsrate $\dot{N}$ ist somit gegeben durch das Produkt

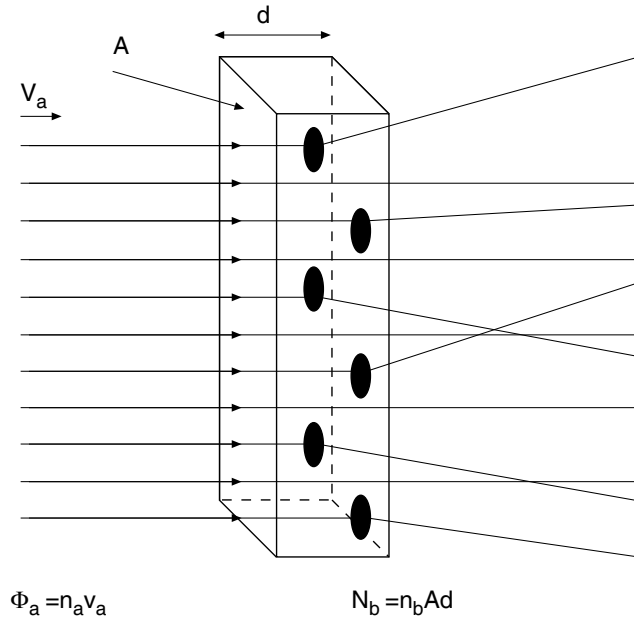


Abbildung 4.3. Messung des geometrischen Reaktionsquerschnitts. Der von links mit der Geschwindigkeit v_a einfallende Teilchenstrahl a mit der Dichte n_a entspricht einem Teilchenfluss $\Phi_a = n_a v_a$. Er trifft auf ein (makroskopisches) Target mit der Dicke d und der Querschnittsfläche A . Manche der Strahlteilchen werden durch die Streuzentren im Target gestreut, d. h. aus ihrer ursprünglichen Bahn abgelenkt. Die Häufigkeit dieses Prozesses ist ein Maß für die Querschnittsfläche der Targetteilchen.

aus einfallendem Fluss und der gesamten vom Strahl gesehenen Querschnittsfläche der Teilchen:

$$\dot{N} = \Phi_a \cdot N_b \cdot \sigma_b . \quad (4.4)$$

Diese Formel gilt dann, wenn die Streuzentren räumlich nicht überlappen und die Streuung nur an einzelnen Zentren stattfindet. Die Fläche, die ein einzelnes Streuzentrum dem einlaufenden Teilchen a darbietet und eine Streuung verursacht, und die wir im Folgenden als *geometrischen Reaktionsquerschnitt* bezeichnen wollen, ist somit

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{\dot{N}}{\Phi_a \cdot N_b} \\ &= \frac{\text{Zahl der Reaktionen pro Zeiteinheit}}{\text{Zahl der Strahlteilchen pro Zeiteinheit pro Flächeneinheit} \times \text{Zahl der Streuzentren}} . \end{aligned} \quad (4.5)$$

Diese Definition setzt einen homogenen, zeitlich konstanten Strahl voraus (z. B. Neutronen aus Reaktoren). Bei Experimenten mit Teilchenbeschleunigern rechnet man mit

$$\sigma_b = \frac{\text{Zahl der Reaktionen pro Zeiteinheit}}{\text{Zahl der Strahlteilchen pro Zeiteinheit} \times \text{Zahl der Streuzentren pro Flächeneinheit}} .$$

Diese Formel eignet sich für den Fall, dass der Strahl nicht homogen, die Flächendichte der Streuzentren aber konstant ist.

Wirkungsquerschnitt. Die anschauliche Beschreibung des geometrischen Reaktionsquerschnitts als effektive Querschnittsfläche der Targetteilchen (ggf. gefaltet mit der Querschnittsfläche der Projektilteilchen) ist in vielen Fällen bereits eine gute Näherung (zum Beispiel bei der hochenergetischen Proton-Proton-Streuung, bei der die geometrische Ausdehnung der Teilchen vergleichbar ist mit der Reichweite ihrer Wechselwirkung).

Generell kann die Reaktionswahrscheinlichkeit zweier Teilchen aber sehr verschieden von dem Wert sein, den man aufgrund ihrer geometrischen Ausdehnung erwarten würde. Zusätzlich zeigt sie häufig eine starke Energieabhängigkeit. Beim Einfang thermischer Neutronen im Uran beispielsweise ändert sich die Reaktionsrate innerhalb eines kleinen Energieintervalls um mehrere Zehnerpotenzen. Bei der Streuung von (punktförmigen) Neutrinos, die nur der schwachen Wechselwirkung unterliegen, ist die Reaktionsrate sehr viel geringer als bei der Streuung von (ebenfalls punktförmigen) Elektronen, die aufgrund der elektromagnetischen Wechselwirkung erfolgt.

Maßgebend für die Wirkung des Streuzentrums auf das Strahlteilchen ist somit weniger seine geometrische Gestalt als vielmehr die Form und Reichweite des Wechselwirkungspotentials und die Stärke der Wechselwirkung. Wie bei der oben diskutierten Modellreaktion kann man die Wirkung bei vorgegebenem Fluss der einfallenden Strahlteilchen und Flächendichte der Streuzentren aus der Reaktionsrate bestimmen. In Analogie zum geometrischen Wirkungsquerschnitt definiert man allgemein den *totalen Wirkungsquerschnitt*

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\text{Zahl der Reaktionen pro Zeiteinheit}}{\text{Zahl der Strahlteilchen pro Zeiteinheit} \times \text{Zahl der Streuzentren pro Flächeneinheit}} .$$

Entsprechend dem *totalen* Wirkungsquerschnitt kann man einen Wirkungsquerschnitt für die *elastischen* Reaktionen σ_{el} und die *inelastischen* Reaktionen σ_{inel} separat definieren, wobei der inelastische Anteil weiter auf die möglichen Reaktionskanäle aufgeteilt werden kann. Der *totale Wirkungsquerschnitt* ist dann die Summe dieser Anteile:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{inel}} . \quad (4.6)$$

Der Wirkungsquerschnitt ist eine physikalische Größe mit der Dimension einer Fläche, die von der individuellen Gestaltung des Experiments unabhängig ist. Er wird oft in der Einheit *barn* angegeben, die definiert ist als

$$\begin{aligned} 1 \text{ barn} &= 1 \text{ b} &= 10^{-28} \text{ m}^2 \\ 1 \text{ millibarn} &= 1 \text{ mb} &= 10^{-31} \text{ m}^2 \\ &&\text{etc.} \end{aligned}$$

Typische totale Wirkungsquerschnitte z.B. bei einer Strahlenergie von 10 GeV betragen im Fall der Streuung von Protonen an Protonen

$$\sigma_{pp}(10 \text{ GeV}) \approx 40 \text{ mb} \quad (4.7)$$

und im Falle der Streuung von Neutrinos an Protonen

$$\sigma_{\nu p}(10 \text{ GeV}) \approx 7 \cdot 10^{-14} \text{ b} = 70 \text{ fb} . \quad (4.8)$$

Luminosität. Die Größe

$$\mathcal{L} = \Phi_a \cdot N_b \quad (4.9)$$

nennt man *Luminosität*. Sie hat, wie der Fluss, die Dimension $[(\text{Fläche} \times \text{Zeit})^{-1}]$. Mit (4.3) und $N_b = n_b \cdot d \cdot A$ gilt:

$$\mathcal{L} = \Phi_a \cdot N_b = \dot{N}_a \cdot n_b \cdot d = n_a \cdot v_a \cdot N_b . \quad (4.10)$$

Die Luminosität ist also gleich dem Produkt aus der Zahl der einfallenden Strahlteilchen pro Zeiteinheit $\dot{N}_a$, der Dichte der Targetteilchen im Streumaterial n_b und der Länge des Targets d bzw. der Dichte der Strahlteilchen n_a , ihrer Geschwindigkeit v_a und der Zahl der im Strahl stehenden Targetteilchen N_b .

Im Falle der Kollision zweier Teilchenstrahlen in einem Speicherring gilt eine analoge Beziehung. Wenn man für jede Teilchensorte j Teilchenpakete mit jeweils N_a bzw. N_b Teilchen in einem Speicherring vom Umfang U entgegengesetzt mit der Geschwindigkeit v umlaufen lässt und diese durch geeignete Magnetfeldanordnungen an einem Wechselwirkungspunkt zur Kollision bringt, so stoßen sie $j \cdot v/U$ -mal pro Zeiteinheit zusammen. Die Luminosität ist dann

$$\mathcal{L} = \frac{N_a \cdot N_b \cdot j \cdot v/U}{A} , \quad (4.11)$$

wobei A der Strahlquerschnitt im Kollisionspunkt ist. Sind die Strahlteilchen in horizontaler und vertikaler Richtung gaußförmig um die Strahlmitte verteilt und sind σ_x und σ_y die Standardabweichungen dieser Verteilungen, so gilt

$$A = 4\pi\sigma_x\sigma_y . \quad (4.12)$$

Um eine hohe Luminosität zu erreichen, müssen somit die Strahlen am Wechselwirkungspunkt auf einen möglichst kleinen Querschnitt komprimiert werden. Typische Werte liegen in der Größenordnung von Zehntelmillimetern und darunter.

Häufig gibt man bei Speicherringexperimenten die über einen längeren Zeitraum integrierte Luminosität $\int \mathcal{L} dt$ an. Aus dem Produkt von integrierter Luminosität und Wirkungsquerschnitt erhält man dann direkt die Zahl der Reaktionen, die man innerhalb des Messzeitraums beobachten kann. Beträgt zum Beispiel der Wirkungsquerschnitt 1 nb und die integrierte Luminosität 100 pb^{-1} , so erwartet man insgesamt 10^5 Reaktionen.

Differentieller Wirkungsquerschnitt. In der Praxis wird meistens nicht die Gesamtzahl aller Reaktionen registriert, sondern nur ein Teil. Unter einem Winkel θ zur Strahlrichtung befinde sich im Abstand r ein Detektor mit der Fläche A_D , der den Raumwinkel $\Delta\Omega = A_D/r^2$ überdeckt (Abb. 4.4). Die Rate der von diesem Detektor nachgewiesenen Reaktionen ist dann proportional zum *differentiellen Wirkungsquerschnitt* $d\sigma(E, \theta)/d\Omega$:

$$\dot{N}(E, \theta, \Delta\Omega) = \mathcal{L} \cdot \frac{d\sigma(E, \theta)}{d\Omega} \Delta\Omega. \quad (4.13)$$

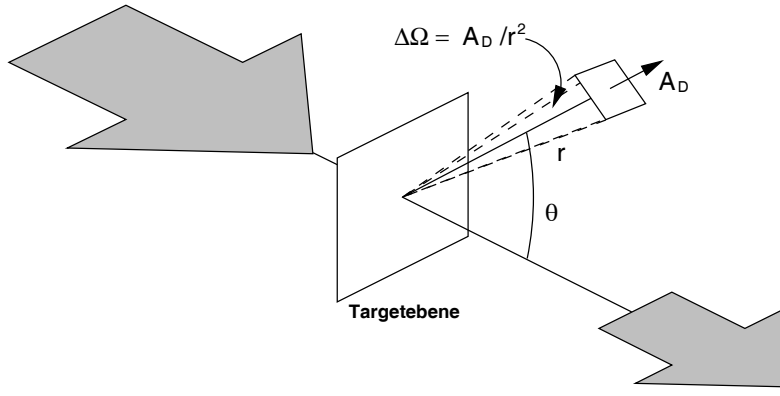


Abbildung 4.4. Skizze zum differentiellen Wirkungsquerschnitt. Der Detektor mit der Querschnittsfläche A_D weist nur Teilchen nach, die in den kleinen Raumwinkel $\Delta\Omega$ gestreut werden.

Kann der Detektor die Energie E' der gestreuten Teilchen bestimmen, so misst man den *doppelt differentiellen* Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma(E, E', \theta)/d\Omega dE'$. Der totale Wirkungsquerschnitt σ ist dann das Integral über den gesamten Raumwinkel und über alle Streuenergien

$$\sigma_{\text{tot}}(E) = \int_0^{E'_{\text{max}}} \int_{4\pi} \frac{d^2\sigma(E, E', \theta)}{d\Omega dE'} d\Omega dE'. \quad (4.14)$$

4.3 Die „Goldene Regel“

Experimentell kann der Wirkungsquerschnitt, wie wir oben gezeigt haben, aus der Reaktionsrate $\dot{N}$ bestimmt werden. Im Folgenden wollen wir kurz skizzieren, wie diese Größe theoretisch berechnet werden kann.

Zunächst wird die Reaktionsrate von der Art und Stärke des Wechselwirkungspotentials abhängen, das durch den Hamiltonoperator $\mathcal{H}_{\text{int}}$ beschrieben

wird und das bei einer Reaktion die Wellenfunktion ψ_i des Anfangszustands in die Wellenfunktion ψ_f des Endzustands überführt. (Die Indizes i und f stehen für *initial* und *final*.) Das *Übergangsmatrixelement* hierfür lautet

$$\mathcal{M}_{fi} = \langle \psi_f | \mathcal{H}_{\text{int}} | \psi_i \rangle = \int \psi_f^* \mathcal{H}_{\text{int}} \psi_i \, dV. \quad (4.15)$$

Dieses Matrixelement wird auch als *Wahrscheinlichkeitsamplitude* für den Übergang bezeichnet.

Des weiteren wird die Reaktionsrate davon abhängen, wie viele Endzustände für die Reaktion offenstehen. Jedes Teilchen besetzt aufgrund der Unschärferelation im *Phasenraum*, dem sechsdimensionalen Impuls-Orts-Raum, das Volumen $h^3 = (2\pi\hbar)^3$. Betrachten wir ein Teilchen, das in das Volumen V und in den Impulsbereich zwischen p' und $p' + dp'$ gestreut wird. Im Impulsraum entspricht dies einer Kugelschale, deren Volumen $4\pi p'^2 dp'$ beträgt. Wenn man Streuprozesse ausschließt, bei denen sich der Spin ändert, ist die Zahl der möglichen Endzustände

$$dn(p') = \frac{V \cdot 4\pi p'^2}{(2\pi\hbar)^3} dp'. \quad (4.16)$$

Energie und Impuls eines Teilchens sind durch die Beziehung

$$dE' = v' dp' \quad (4.17)$$

miteinander verknüpft. Somit gilt für die Dichte der Endzustände im Energieintervall dE'

$$\varrho(E') = \frac{dn(E')}{dE'} = \frac{V \cdot 4\pi p'^2}{v' \cdot (2\pi\hbar)^3}. \quad (4.18)$$

Die Verknüpfung zwischen der Reaktionsrate, dem Übergangsmatrixelement und der Dichte der Endzustände ist durch Fermis *Zweite Goldene Regel* festgelegt, deren Herleitung in Lehrbüchern der Quantenmechanik zu finden ist (z. B. [Sc02]). Danach gilt für die Reaktionsrate W pro Targetteilchen und pro einfallendem Teilchen die Beziehung:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \varrho(E'). \quad (4.19)$$

Andererseits gilt nach (4.3) und (4.4)

$$W = \frac{\dot{N}(E)}{N_b \cdot N_a} = \frac{\sigma \cdot v_a}{V}, \quad (4.20)$$

wobei $V = N_a/n_a$ das Raumvolumen ist, in dem sich die Strahlteilchen befinden. Der Wirkungsquerschnitt ist demnach

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar \cdot v_a} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \varrho(E') \cdot V. \quad (4.21)$$

Bei bekanntem Wechselwirkungspotential kann man somit aus (4.21) den Wirkungsquerschnitt berechnen. Ist das Wechselwirkungspotential nicht bekannt, so dient (4.21) zur Bestimmung des Übergangsmatrixelements aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt.

Die Goldene Regel gilt nicht nur für Streuprozesse, sondern in gleicher Weise auch für spektroskopische Prozesse, wie Zerfälle von instabilen Teilchen, Anregungen von Teilchenresonanzen sowie Übergänge zwischen verschiedenen atomaren und nuklearen Energiezuständen. In diesen Fällen gilt

$$W = \frac{1}{\tau}. \quad (4.22)$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit kann dann entweder durch eine direkte Messung der Lebensdauer τ oder der Energiebreite des Zustands $\Delta E = \hbar/\tau$ bestimmt werden.

4.4 Feynman-Diagramme

In QED, as in other quantum field theories, we can use the little pictures invented by my colleague Richard Feynman, which are supposed to give the illusion of understanding what is going on in quantum field theory.

M. Gell-Mann [Ge80]

Es ist heute üblich, elementare Prozesse, wie die Streuung von zwei Teilchen aneinander oder den Zerfall eines Teilchens, mit Hilfe von sogenannten Feynman-Diagrammen darzustellen. Diese Diagramme wurden ursprünglich von Feynman als eine Art Kurzschrift für die einzelnen Terme bei der Berechnung der Übergangsmatrixelemente $\mathcal{M}_{fi}$ von elektromagnetischen Prozessen mit Hilfe der *Quantenelektrodynamik* (QED) eingeführt. Jedem Symbol eines solchen Raum-Zeit-Graphen entspricht ein Term im Matrixelement. Die Bedeutung und Verknüpfung der einzelnen Terme ist durch die *Feynman-Regeln* festgelegt. Analog zu den Regeln der QED gibt es entsprechende Vorschriften auch für die Berechnung von schwachen Prozessen und von starken Prozessen mit Hilfe der *Quantenchromodynamik* (QCD) [Sc95]. Wir werden die Graphen in diesem Buch nicht für quantitative Berechnungen verwenden, da dies Kenntnisse in der relativistischen Feldtheorie voraussetzt, sondern nur als bildhafte Veranschaulichung der auftretenden Prozesse. Daher wollen wir im Folgenden an wenigen Beispielen nur einige Definitionen und Regeln erläutern.

Abbildung 4.5 zeigt exemplarisch einige Graphen. Wir benutzen dabei die Konvention, dass die Zeitachse nach oben, die Raumachse nach rechts

zeigt. Die durchgezogenen Linien in den Graphen entsprechen den Wellenfunktionen der Fermionen im Anfangs- und Endzustand. Antiteilchen (in unseren Beispielen das Positron e^+ , das positive Myon μ^+ und das Elektron-Antineutrino $\bar{\nu}_e$) werden durch Pfeile entgegen der Zeitachse symbolisiert, Photonen durch Wellenlinien, schwere Vektorbosonen durch gestrichelte Linien und Gluonen durch Schraubenlinien.

Wie wir in Kap. 1 bereits erwähnt haben, erfolgt die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen durch den Austausch von Photonen. Abbildung 4.5a symbolisiert die elastische Streuung eines Elektrons an einem Positron. Die beiden Teilchen wechselwirken dadurch miteinander, dass das Elektron ein Photon emittiert, das von dem Positron absorbiert wird. Teilchen, die weder im Anfangs- noch im Endzustand auftauchen, in diesem Fall das Photon, bezeichnet man als *virtuelle Teilchen*. Aufgrund der Unschärferelation braucht bei virtuellen Teilchen die Energie-Impuls-Beziehung $E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ nicht erfüllt zu sein. Man kann dies so interpretieren, dass die Masse des ausgetauschten Teilchens von der Masse m eines freien (reellen) Teilchens verschieden ist, oder dass die Energieerhaltung kurzfristig verletzt ist.

Punkte, an denen drei oder mehr Teilchen zusammenlaufen, nennt man *Vertizes*. Jedem Vertex entspricht im Übergangsmatrixelement ein Term, der

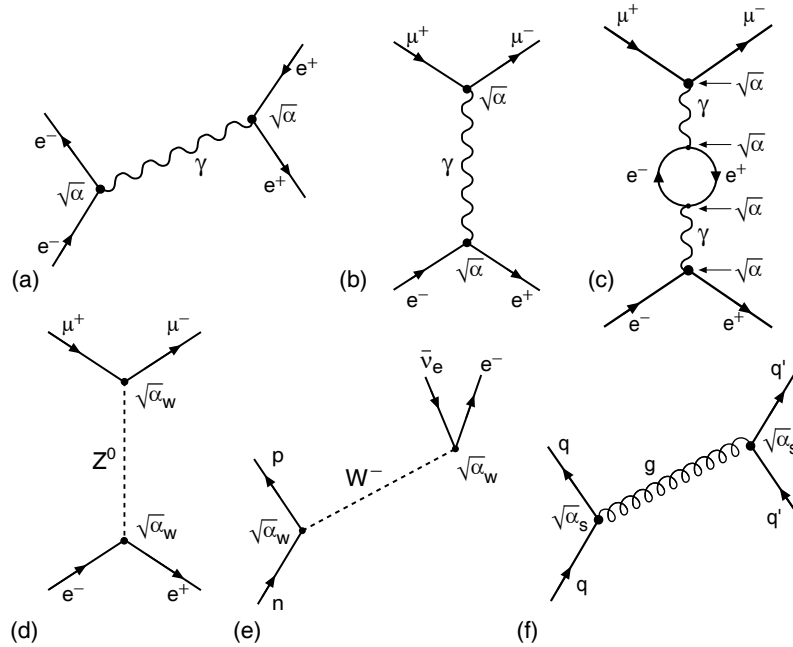


Abbildung 4.5. Feynmangraphen zur elektromagnetischen (a, b, c), zur schwachen (d, e) und zur starken Wechselwirkung (f)

die Struktur und Stärke der Wechselwirkung enthält. In unserem Beispiel (a) koppelt das ausgetauschte Photon am linken Vertex an die Ladung des Elektrons und am rechten Vertex an die des Positrons. Die Übergangsamplitude enthält für jeden Vertex einen Faktor, der proportional zu $\sqrt{\alpha}$ ist.

In Abb. 4.5b ist die Vernichtung eines Elektron-Positron-Paares dargestellt. Dabei entsteht als Zwischenzustand ein Photon, das nach einiger Zeit in ein negativ geladenes Myon μ^- und sein positiv geladenes Antiteilchen μ^+ zerfällt. Abbildung 4.5c zeigt den gleichen Prozess in einer etwas komplizierteren Version, bei der das Photon kurzzeitig durch Vakuumpolarisation in ein e^+e^- -Paar als weiteren Zwischenzustand übergeht. Zu demselben Prozess tragen auch weitere, noch kompliziertere Diagramme bei. Man bezeichnet sie als Diagramme höherer Ordnung.

Das Übergangsmatrixelement enthält die Überlagerung der Amplituden von allen Diagrammen, die zum gleichen Endzustand führen. Weil jedoch bei Diagrammen höherer Ordnung die Zahl der Vertizes größer ist, treten höhere Potenzen von α auf. Die Amplitude von Diagramm (b) ist proportional zu α , die von Diagramm (c) proportional zu α^2 . Der Wirkungsquerschnitt für die Umwandlung eines Elektron-Positron-Paares in ein $\mu^+\mu^-$ -Paar ergibt sich demnach in guter Näherung aus Diagramm (b); Diagramm (c) und alle Diagramme noch höherer Ordnung sind nur kleine Korrekturen hierzu.

Abbildung 4.5d zeigt die Paarerzeugung von Myonen aus der Elektron-Positron-Vernichtung auf Grund der schwachen Wechselwirkung durch Austausch des neutralen schweren Vektorbosons Z^0 , Abb. 4.5e den β -Zerfall des Neutrons, bei dem das Neutron in ein Proton übergeht unter Aussendung eines negativ geladenen schweren Vektorbosons W^- , das dann nach kurzer Zeit in ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino $\bar{\nu}_e$ zerfällt. Abbildung 4.5f schließlich symbolisiert die starke Wechselwirkung zwischen zwei Quarks q und q' durch Austausch eines Gluons, des Feldquants der starken Wechselwirkung.

Im Fall der schwachen Wechselwirkung wird ein schweres Vektorboson ausgetauscht, das nicht an die elektrische Ladung e , sondern an die „schwache Ladung“ g koppelt; entsprechend gilt $\mathcal{M}_{fi} \propto g^2 \propto \alpha_w$ (der Index w steht für das englische Wort *weak*); für die starke Wechselwirkung zwischen Quarks, bei der die Gluonen an die „Farbladung“ der Quarks koppeln, gilt $\mathcal{M}_{fi} \propto \sqrt{\alpha_s} \cdot \sqrt{\alpha_s} = \alpha_s$.

Die ausgetauschten Teilchen tragen zum Übergangsmatrixelement einen *Propagator*-Term bei. Generell lautet dieser Beitrag

$$\frac{1}{Q^2 + M^2 c^2}, \quad (4.23)$$

wobei Q^2 das Quadrat des Viererimpulses ist (siehe 5.3 und 6.3), der bei der Wechselwirkung übertragen wird, und M die Masse des Austauschteilchens. Beim Austausch eines virtuellen Photons bewirkt dies einen Faktor $1/Q^2$ in der Amplitude und $1/Q^4$ im Wirkungsquerschnitt. Im Fall der schwachen

Wechselwirkung führt die große Masse des ausgetauschten Vektorbosons dazu, dass der Wirkungsquerschnitt für die schwache Wechselwirkung sehr viel geringer ist als für die elektromagnetische Wechselwirkung, es sei denn, man geht zu sehr hohen Impulsüberträgen, die in der Größenordnung der Masse der Vektorbosonen liegen.

Aufgaben

1. Wirkungsquerschnitt

Deuteronen mit der Energie $E_{\text{kin}} = 5 \text{ MeV}$ werden auf ein senkrecht zum Strahl stehendes Tritium-Target mit der Massenbelegungsichte $\mu_t = 0.2 \text{ mg/cm}^2$ geschossen, um die Reaktion ${}^3\text{H}(\text{d}, \text{n}){}^4\text{He}$ zu untersuchen.

- Wie viele Neutronen fliegen pro Sekunde durch einen Detektor mit der Stirnfläche $F = 20 \text{ cm}^2$, der im Abstand $R = 3 \text{ m}$ vom Target unter einem Winkel $\theta = 30^\circ$ zur Strahlrichtung der Deuteronen aufgestellt ist, wenn der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ unter diesem Winkel 13 mb/sr ist und der Deuteronenstrom, der auf das Target trifft, $I_d = 2 \mu\text{A}$ beträgt?
- Wie groß ist die auf den Detektor auffallende Neutronenzahl pro Sekunde, wenn das Target so gedreht wird, dass es vom gleichen Deuteronenstrom nicht unter 90° , sondern unter 80° getroffen wird?

2. Absorptionslänge

Ein Teilchenstrahl fällt auf eine dicke Schicht eines absorbierenden Mediums (mit n absorbierenden Teilchen pro Volumeneinheit).

Wie groß ist die Absorptionslänge, d. h. die Strecke, auf der der Teilchenstrahl auf $1/e$ seiner ursprünglichen Intensität abgeschwächt wird

- für thermische Neutronen ($E \approx 25 \text{ meV}$) in Cadmium ($\varrho = 8.6 \text{ g/cm}^3$, $\sigma = 24\,506 \text{ barn}$),
- für Photonen mit $E_\gamma = 2 \text{ MeV}$ in Blei ($\varrho = 11.3 \text{ g/cm}^3$, $\sigma = 15.7 \text{ barn/Atom}$),
- für Reaktor-Antineutrinos in Erde ($\varrho = 5 \text{ g/cm}^3$, $\sigma \approx 10^{-19} \text{ barn/Elektron}$; die Wechselwirkung mit den Kernen kann vernachlässigt werden; $Z/A \approx 0.5$)?