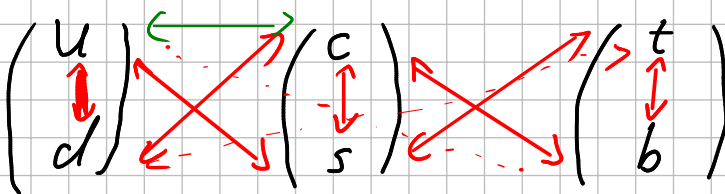
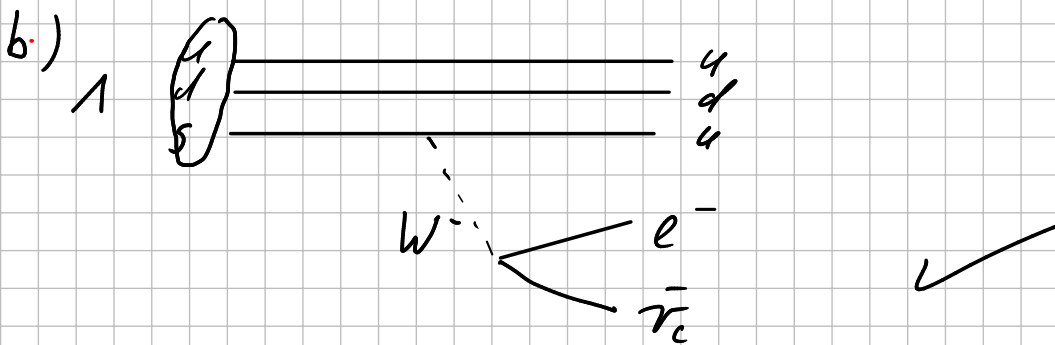


12.0 Fragen zur Diskussion

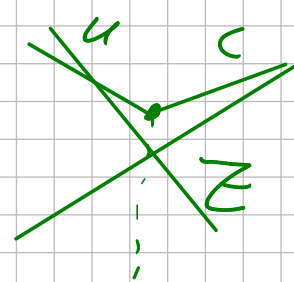
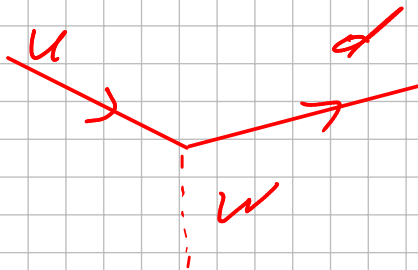
Hinweis: Die folgenden Fragen sollten zu Beginn der Übungsgruppe unter den Studierenden diskutiert und dann der gesamten Gruppe vorgetragen werden. Eine schriftliche Einreichung ist nicht notwendig.

- Zeichnen Sie ein Feynman Diagramm für den schwachen Zerfall $\tau^- \rightarrow \mu^- + \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu$
- Welche Wechselwirkung kann den Quarkflavor ändern? Zeichnen Sie ein Feynman Diagramm Ihrer Wahl.
- Zeichnen Sie ein Feynman Diagramm mit einem neutralen schwachen Strom.
- Das KATRIN Experiment führt eine direkte Massenbestimmung des Elektron-Neutrinos durch, in dem es mit hoher Genauigkeit das Elektronenspektrum aus dem Zerfall von Tritium misst. Erklären Sie das Prinzip, wie diese Massenbestimmung funktioniert.
- Findet der Quark-Übergang $c \rightarrow u$ statt? Begründen Sie.

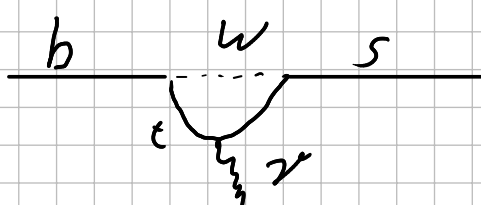


$$+\frac{2}{3}$$

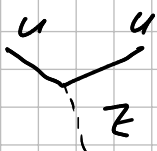
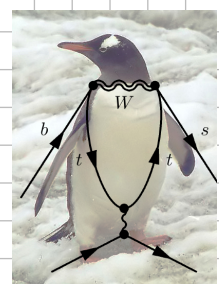
$$-\frac{1}{3}$$



Flavor
changing
neutral
currents
existieren
nicht



Penguin
Diagramm



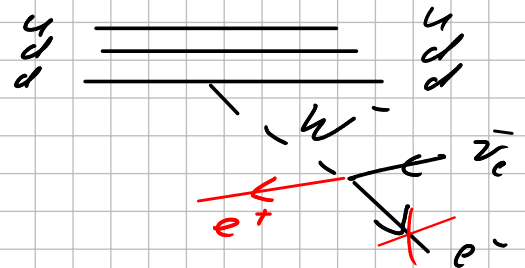
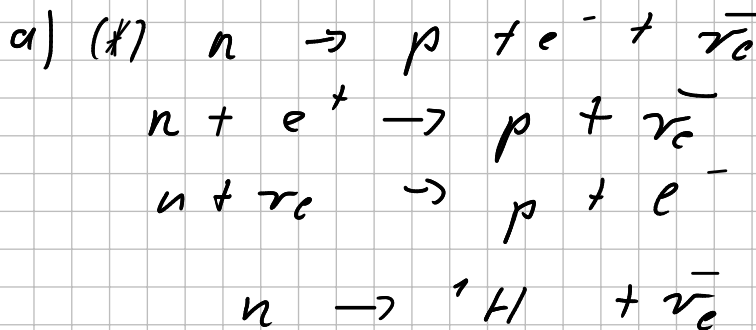
12.1 Nukleosynthese im frühen Universum (1 Punkt)

Im frühen Universum befanden sich Neutronen und Protonen im thermischen Gleichgewicht, d.h. ihr Verhältnis war gegeben durch das Verhältnis der Boltzmannfaktoren:

$$\frac{N_n}{N_p} = \exp\left(-\frac{(m_n - m_p)c^2}{k_B T}\right) = e^{-\frac{1,293 \text{ MeV}}{0,8 \text{ MeV}}} = 0,198$$

- a) Über welche drei Reaktionen können sich Neutronen und Protonen ineinander umwandeln?
- b) Bei einer Temperatur von $k_B T = 0,8 \text{ MeV}$ (etwa 1s nach dem Urknall) wurde die Reaktionsrate der Gleichgewichtsreaktionen klein gegenüber der Expansionsrate des Universums, so dass Protonen und Neutronen nicht länger im thermischen Gleichgewicht waren ("Ausfrieren"). Berechnen Sie das Neutronen/Protonen-Verhältnis zu diesem Zeitpunkt. Welche der in (a) gefragten Reaktionen kann auch bei weiterer Abkühlung des Universums noch das Verhältnis ändern?
- c) Wie groß war das Neutron/Protonen-Verhältnis zum Zeitpunkt des Einsetzens der Nukleosynthese (etwa 300 s nach dem Urknall)? Berechnen Sie den Massenanteil von ^4He an der gesamten baryonischen Materie (alle Neutronen und Protonen) unter der Annahme, dass alle zu diesem Zeitpunkt existierenden Neutronen in Helium gebunden wurden.
Hinweis: Die Lebensdauer des freien Neutrons beträgt $\tau_n = 879 \text{ s}$.

7/4



(*) weiderrhin möglich

c) (*) $n_n(t) = n_n(t_0=1s) e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$

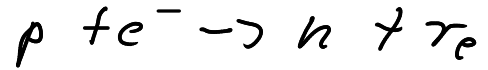
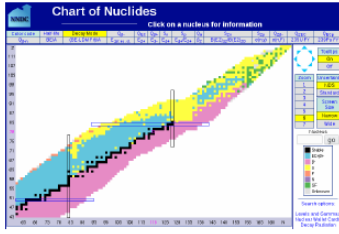
(**) $n_p(t) = n_p(t_0=1s) + n_n(t_0) - n_n(t)$
 $= n_n(t_0) \left(\frac{n_p}{n_n}(1s) + 1 + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)$
 $= n_n(t_0) \cdot 5,32$

(*) : (**) $\Rightarrow \frac{n_n(t)}{n_p(t)} = \frac{e^{-\Delta t/\tau}}{5,32} = \frac{0,711}{5,32} = 0,134$

$Y = \frac{m_{^4\text{He}}}{m_n + m_p} = \frac{n_{^4\text{He}}}{n_n + n_p} = \frac{2 n_n}{n_n + n_p} = \frac{2}{1 + \frac{n_p}{n_n}}$
 $n_{^4\text{He}} = \frac{n_n}{2}$
 $= \frac{2}{1 + 1/0,134} = 0,236 \text{ bzw } 23,6\%$

12.2 Erzeugung von schweren Elementen im Universum (1 Punkt)

Im sogenannten s-Prozess können in massereichen Sternen ("Rote Riesen") bei kleinen Neutronendichten Elemente mit grosser Ordnungszahl erzeugt werden, sofern die Halbwertszeit der neutroneneinfangenden Isotope grösser als etwa 10^3 Jahre ist.



Benutzen Sie die unter <https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/> interaktiv zur Verfügung gestellte Nuklidkarte zur Beantwortung der folgenden Fragen:

- Können unter den genannten Annahmen Au - Kerne im s-Prozess in Roten Riesen erzeugt werden? Beginnen Sie Ihre Betrachtungen bei dem Kern ^{56}Fe , mit dem über die Reaktion $^{22}\text{Ne} + \alpha \rightarrow ^{25}\text{Mg} + n$ eine Neutronenquelle in Roten Riesen zur Verfügung steht.
- Welche der in der Nuklidkarte gezeigten natürlich vorkommenden Isotope können nicht mittels des s-Prozesses erzeugt werden? Nennen Sie drei Beispiele.
- Welche alternativen astrophysikalischen Ereignisse gibt es, um die unter b) genannten Isotope zu erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort.

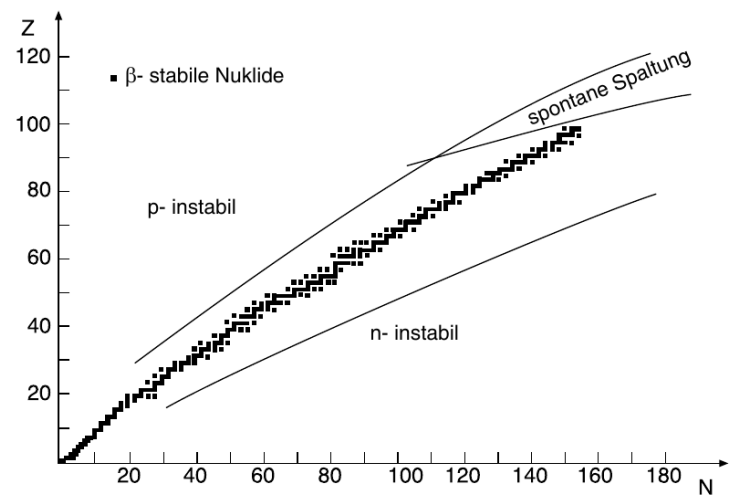
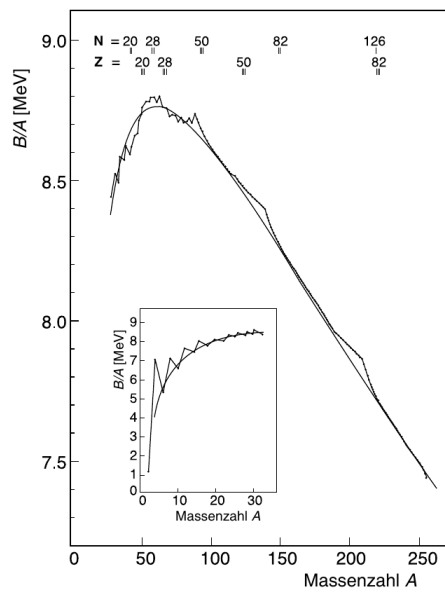
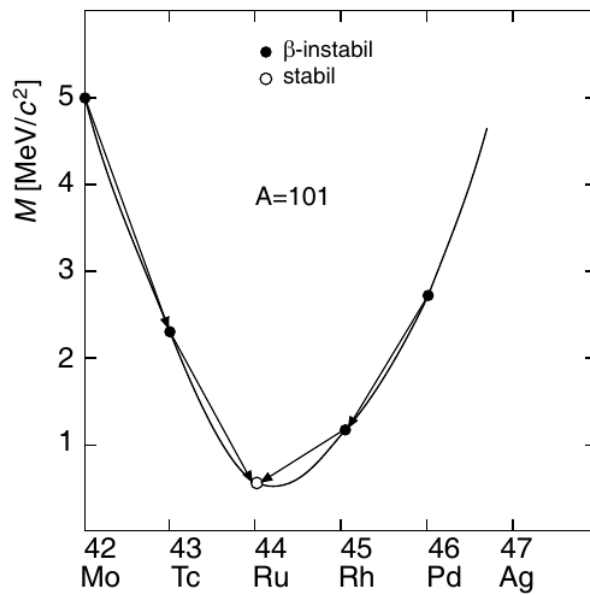
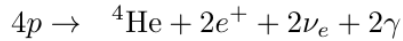
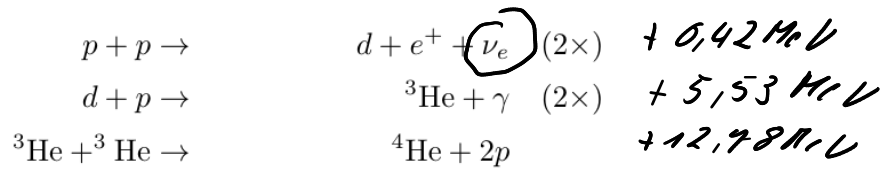
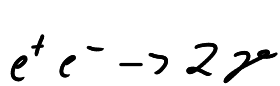


Abbildung 3.1. Die β -stabilen Kerne in der Z - N -Ebene (nach [Bo69])



12.3 Kernfusion in der Sonne (1 Punkt +1 Extrapunkt)

In der Sonne erfolgt die Fusion von Wasserstoff zu Helium vorwiegend über den pp-Zyklus:



$$\begin{aligned} 4m_p &= m_{\alpha} \\ 4m_p - m_{{}^4\text{He}} &= 2m_{e^+} \end{aligned}$$

- a) Welche der drei Reaktionen bestimmt die Lebensdauer (Brenndauer) der Sonne?
- b) Zeigen Sie, dass die in einem pp-Zyklus insgesamt freigesetzte Energie 26.72 MeV beträgt. Berücksichtigen Sie dabei, dass die erzeugten Positronen in Materie mit Elektronen annihilieren, wodurch zusätzliche Energie frei wird.

Hinweis: In der Sonne sind alle Atome vollständig ionisiert. Tabelliert sind meist die Atommassen, von denen man dann die entsprechenden Zahl von Elektronenmassen abziehen muss. Neutrinos können als masselos betrachtet werden.

- c) Nehmen Sie an, dass eine Fusion stattfindet, wenn sich die beiden Kerne gerade berühren (d.h. $d = r_1 + r_2$). Die Annäherung der beiden Kerne muss gegen die abstoßende Coulombkraft geschehen. Berechnen Sie die für die einzelnen Fusionsreaktionen nötige kinetische Energie und vergleichen Sie diese mit der mittleren thermischen Energie im Zentrum der Sonne.

Hinweis: Die Temperatur im Inneren der Sonne beträgt $T \approx 1.55 \cdot 10^7 \text{ K}$.

- d) Jedes im pp-Zyklus entstandene Neutrino trägt im Mittel 300 keV Energie fort. Der Rest der freigesetzten Energie wird in Form von elektromagnetischer Strahlung abgegeben. Die Luminosität der Sonne (in Form von elektromagnetischer Strahlung abgestrahlte Leistung) beträgt $L = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Wieviele Fusionsreaktionen finden pro Sekunde in der Sonne statt? Wie groß ist der Massenverlust der Sonne pro Jahr?

$$26,7 \text{ MeV} / \text{Fusion} = 26,7 \text{ MeV} / \text{Fusion} \cdot 20,3 \text{ MeV}$$

- e) Schätzen Sie den totalen Fluss an solaren Neutrinos auf der Erde ab (mittlere Entfernung Sonne-Erde: $1.49 \cdot 10^8 \text{ km}$). Durch die elliptische Umlaufbahn schwankt der Abstand Sonne-Erde im Laufe eines Jahres um $\pm 3.4\%$. Was bedeutet das für die jahreszeitliche Schwankung des gemessenen Neutrinoflusses?

$$\begin{aligned} c) \quad E_c &= \frac{z_1 \cdot z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 (r_1 + r_2)} = \frac{z_1 \cdot z_2}{r_1 + r_2} \cdot \hbar c \\ &= \frac{z_1 \cdot z_2}{r_1 + r_2} \cdot 1,44 \text{ MeV fm} \end{aligned}$$

$$p \ p: \quad r_1 = r_2 = 988 \text{ fm} ; \quad E_c = 0,82 \text{ MeV}$$

$$d \ p: \quad r_d + r_p = 2,14 \text{ fm} ; \quad E_c = 0,47 \text{ MeV}$$

$${}^3\text{He} \ {}^3\text{He}: \quad r_{{}^3\text{He}} = 1,96 \text{ fm} ; \quad E_c = 1,47 \text{ MeV}$$

$$E_{th} \approx 4 \text{ keV}$$

$$d) \quad \dot{N} = \frac{L}{26,7 \text{ MeV}_{\text{fusio}}} = 9,1 \cdot 10^{37} \frac{\text{Fusione}}{s}$$

$$\Delta M = \dot{N} \cdot 26,7 \text{ MeV} \cdot (365 d \cdot 86400 \frac{s}{d})$$

$$= 1,37 \cdot 10^{17} \text{ Kg}$$

$$M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$$

$$e) \quad \frac{N_{\nu}}{1s} = 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{37} \frac{\nu}{s}$$

$$\phi = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot 1,8 \cdot 10^{38} \frac{\nu}{s} = 6,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Spezialfall: Rotationsellipsoid, 2 Halbachsen gleich
prolat $\gamma=0$ $R_1=R_2 \leq R_3$ $R_{1,2} = R_0(1-0.32\beta)$

oblat $\gamma=60^\circ$ $R_1=R_2 \geq R_3$

triaxial $\gamma=0-60^\circ$ $R_1 \neq R_2 \neq R_3$

- niedrigste Anregung deformierter Kerne: Rotation um Achse $\perp$ zu Symmetrieachse

Energiezustände: Eigenwerte des Drehimpulsoperators $E_\gamma = \frac{\hbar^2}{2\Theta} \gamma(\gamma+1)$ mit Drehimpulsquantenzahl $\gamma=0, 2, 4, \dots$

und Trägheitsmoment Θ (betrachte gg -Kerne $\rightarrow$ kein Spin). Wegen Spiegelsym. um Achse $\perp$ zu Symmetrieachse nur gerade γ erlaubt.

definieren $A = \hbar^2/2\Theta$

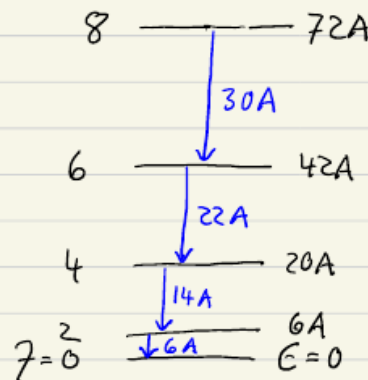
$$\rightarrow \Delta E = E_\gamma - E_{\gamma-2} = 4A\gamma - 2A$$

$$\Delta(\Delta E) = 8A$$

Spektrum mit äquidistanten Linien im Energieabstand

$8A$

$\rightarrow$ berechne daraus Trägheitsmoment



Beispiel: ^{168}Er

$$\Delta(\Delta E) = 100 \text{ keV}$$

$$\rightarrow \Theta = 1.5 \cdot 10^{-47} \text{ keV fm}^2 = \langle Mr^2 \rangle$$

