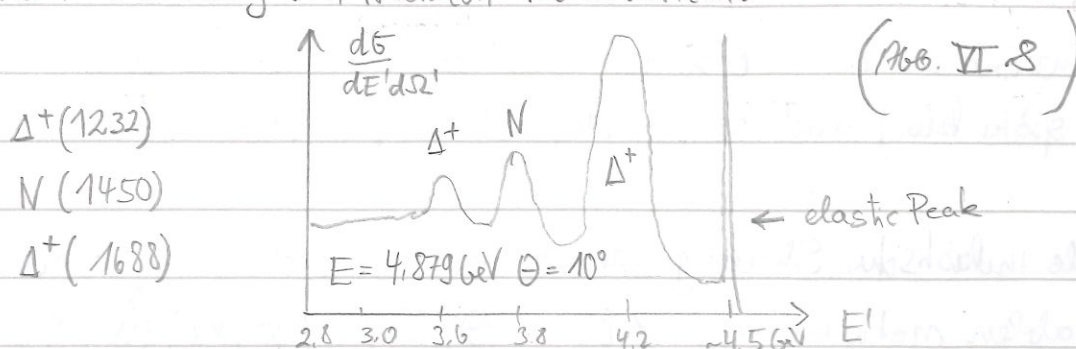


4. Tiefinelastische Elektron-Nukleon Streuung

Steigert man gegenüber der elastischen Streuung den Energieübertrag auf das Proton, kommt es zur Anregung innerer Freiheitsgrade und der Ausbildung von Nukleon-Resonanzen:

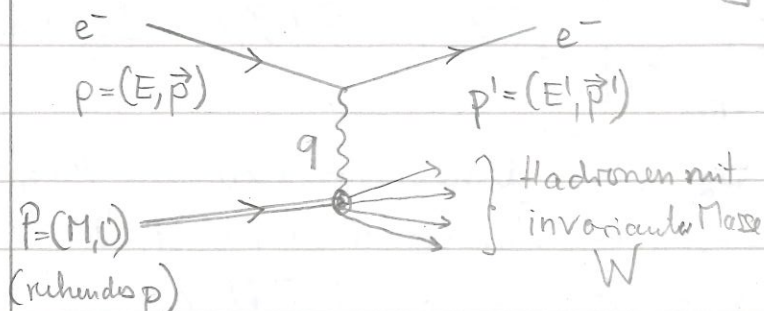


Die typische Breite der Resonanzen, z.B. $\Gamma = 120 \text{ MeV}$ für Δ^+ , korrespondiert zur Lebensdauer der Zustände von $5.5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$, d.h. sie zerfallen extrem schnell was auf die starke WW hindeutet.

Steigert man den Energieübertrag weiter, $\nu = E - E' > m(\text{Proton})$ so kommt man in den Bereich eines „Kontinuums“. Das Proton „bricht auf“ → Reaktion ist tief-inelastisch. WW bleibt annähernd konstant!

Studium inelastischer Elektron-Nukleon Streuung war von großer Wichtigkeit und führte zum Nachweis von phys. Partonen (Quarks) als die Bausteine des Protons.

4.1 Kinematik inelastischer Streuung



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} & q = (E - E', \vec{p} - \vec{p}') \\ & P = (M, 0) \end{aligned} \right\} P_q = M\nu
 \end{aligned}$$

Achtung: Herleitung und Formeln benutzen $c=1$

- Energieübertrag: $\nu = E - E'$
- Inv. Masse: $W^2 = (P + q)^2 = M^2 + 2Pq + q^2$

- mit $2Pq = 2M\nu$ (*)

folgt: $q^2 = W^2 - M^2 - 2M\nu = -Q^2$

(**): $Q^2 > 0$

(i) elastische Streuung: $W = M$ und aus $\mathcal{E}^{**}$ folgt $\frac{Q^2}{2Mv} = 1$

(ii) inelastische Streuung: $W > M \rightarrow 2Mv - Q^2 > 0$ bzw.

$$x := \frac{Q^2}{2Mv} \quad \text{mit } 0 < x < 1 \quad (\leftarrow 1 = \text{elastisch})$$

Die dimensionslose Variable x nennt man Scaling-Variable
($\rightarrow$ wird später klar) und ist ein Maß für die „Elastizität“ der Streuprozesse.

Im Falle inelastischer Streuung sind zur Festlegung der Streukinematik
2 Variablen notwendig, z.B.: (Θ, E') , (Q^2, ν) , (Q^2, x)

4.2 WA und Bjorken Scaling;

Ausgehend von der WA-Formel für elast. Streuung der p.k.f. Spin $\frac{1}{2}$

Treffer: (Kap. 3.2) $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left(1 + 2\tau \tan^2 \frac{\Theta}{2}\right)$, mit $\tau = \frac{Q^2}{4M^2 c^2}$

erhält man den diff. WA für tief-inelastische Streuung durch
die Einführung der Strukturfkt., die von 2 Variablen (Q^2, ν) bzw. (Q^2, x)
abhängen:

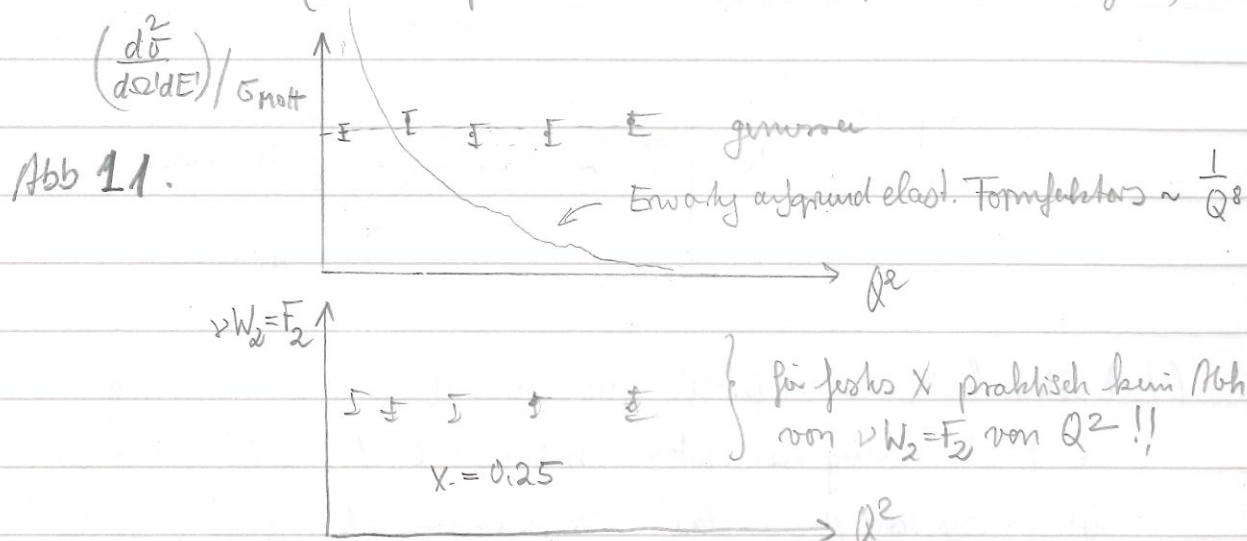
$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\Omega' dE'} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega'}\right)_{\text{Mott}} \left[W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tau \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right] \\ &\quad \downarrow \nu W_2 = F_2 \quad \downarrow M c W_1 = F_1 \\ (*) \quad &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega'}\right)_{\text{Mott}} \cdot \frac{1}{\nu} \cdot \left[F_2(Q^2, x) + F_1(Q^2, x) \cdot \frac{Q^2}{x M^2 c^2} \tan^2 \frac{\Theta}{2} \right] \end{aligned}$$

mit Strukturfkt. W_1 und W_2 bzw. dimensionslosen Strukturfkt.
 F_1 und F_2 . Diese parametrisieren den Effekt der inelast. WW
des Photons mit dem Proton. $F_{1,2}$ werden als Fkt. von
 (Q^2, x) und nicht als Fkt. von (Q^2, ν) angegeben, weil

F_1 und F_2 für große Q^2 und für ein festes x quasi unabhängig von Q^2 sind. (Siehe Abb. VI.11).

Erste experimentelle Beobachtung (Abb. VI.9, 10 und 11)

M. Breidenbach et al. (MIT und SLAC, 1969) am 20 GeV SLAC Linear Collider ($\rightarrow$ Nobelpreis 1996: Friedman, Kendall & Taylor)



Also: $F_{1,2}(Q^2, x) \approx F_{1,2}(x)$ für $Q^2 \gg M^2 c^2$.

Dieses Verhalten wird als Bjorken-Scaling bezeichnet. Die Strukturfkt. bleiben unverändert im Falle einer Skalen-Transformation der beteiligten 4er Impuls (Multiplikation mit Faktor x : $Q^2 \rightarrow x^2 Q^2$), bei der die Variable x unverändert bleibt.

Die Beobachtung von Scaling Verhalten war überraschend:

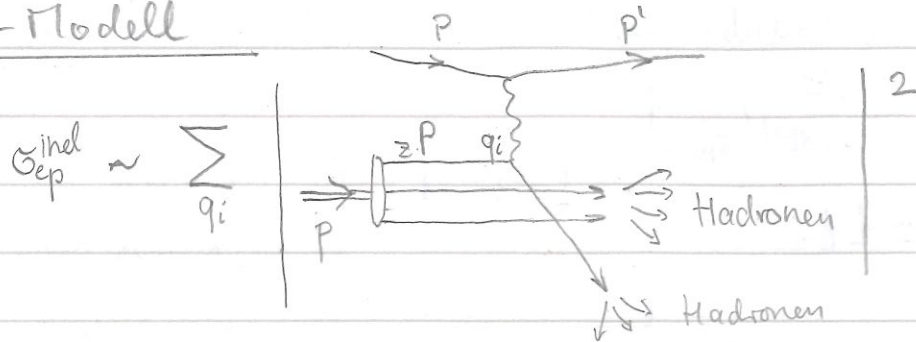
Während elast. Formfaktoren eine sehr starke Q^2 -Abh.

aufweisen, sind die Strukturfkt. quasi unabhängig von Q^2 .

Man hat sehr schnell verstanden, daß das Scaling-Verhalten der inelast. Streuung als Resultat elastischer Streuung an punktf. Bausteinen des Protons, den sogenannten Partonen erklärt werden kann.

Historisch handelt es sich hierbei um den ersten „dynamischen“ Nachweis der Existenz von Quarks, die man aufgrund der Symmetrien der Hadronen (Isospin + Strangeness QZ) bereits „statisch“ eingeführt hatte.

4.3 Parton-Modell



(i) Nukleon besteht aus p.h.t.f. quasifreien Bausteinen (Partonen q_i) mit Spin $\frac{1}{2}$.

Zur Beschreibung des Protons im Parton-Bild begibt man sich in ein System in dem das Proton einen unendlich groß Impuls P hat.

In diesem System kann man sich das Proton als einen Strom kollinearer Partonen vorstellen: Jedes Parton trägt einen Anteil z an Protonenimpuls.

(ii) Bei tiefinelast. WW streut Elektron elastisch an einem der Partonen. Elastische ^{Streuung} an einem Parton ist aber - wie man leicht zeigen kann - nur dann möglich, wenn der Impulsanteil z des Partons gerade gleich der Bjorken-Variable x ist

$$z = x = \frac{Q^2}{2Mv} \quad (\text{siehe Nachtrag: Abb. II. 16})$$

(iii) Das gestreute Parton verläßt Proton und bildet Hadronen.

Inelastische ep-Streuung mit $x = \frac{Q^2}{2Mv}$ kann also als elastische Streuung an einem Parton interpretiert werden, das gerade den Anteil xP des Proton- γ -Impulses trägt. Durch Einsetzen der Bjorken-Variable x (Streu kinematik) kann man von „außen“ den Impulsanteil x der Partonen wählen an denen elast gestreut wird. (s. hierzu auch Abb. II. 12: tiefinelast. Streuung bei H1)

→ Der gemessene inelast. WZ für einen gegebenen Wert x mißt dann die Wahrscheinlichkeitsverteilung $f_{q_i}(x)$ ein Parton mit Impulsanteil x im Proton zu finden:

$$f_{q_i}(x) dx = \text{Wahrscheinlk. Parton } q_i \text{ mit } x \in [x, x+dx] \text{ zu finden}$$

WZ für inelast. ep-Streuung ist die Summe möglicher elast. Parton-Streuungen:

$$\frac{d^2 \sigma_{ep}^{\text{inel}}}{dQ^2 dx} = \left(\frac{d\sigma}{dQ^2} \right)_{\text{Mott}} \cdot \sum_{q_i} e_{q_i}^2 \cdot \underbrace{f_{q_i}(x)}_{F_2(x)} \left[1 + \underbrace{\frac{Q^2}{2x^2 M^2 c^2} \cdot \tan^2 \frac{\theta}{2}}_{F_1(x)} \right]$$

Durch Vergleich mit Formel (*) findet man für die Strukturfkt.:
(Berücksichtige: $dx = \frac{x}{v} \cdot dv$)

$$F_2(x) = x \sum_{q_i} e_{q_i}^2 f_{q_i}(x)$$

$$2x F_1(x) = x \sum_{q_i} e_{q_i}^2 f_{q_i}(x) = F_2(x)$$

D.h. die Strukturfunktionen beschreiben die Partonverteilungen (Partondichten) im Proton. Für Spin $\frac{1}{2}$ Partonen gilt:

Abb VI. 13

$$2x F_1(x) = F_2(x)$$

Callan-Gross-Relation.
(→ exp. bestätigt)

(Für Spin-0 Partonen entfällt Term $\sim \tan^2 \frac{\theta}{2} \rightarrow F_1(x) = 0$)

Bisher haben wir implizit angenommen dass es sich bei den Partonen um die 3 Valenzquarks (→ s. stat. Quarkmodell) handelt.

Da zwischen den Quarks ständig Gluonen ausgetauscht werden, gibt es aufgrund der Vakuum-Fluktuationen von $\bar{q}q$ auch sogenannte Seaquarks und Antiquarks:

$$\bar{q}q$$

$$\rightarrow F_2(x) = x \sum_{\text{Quark } q_i} e_{q_i}^2 \cdot \left(f_{q_i}(x) + f_{\bar{q}_i}(x) \right)$$

$\xrightarrow{\text{Quark } q_i}$ q_i alle Quarks (Valenz + See) nur See-Antiquarks

4.4 Struktur fkt. $F_2(x)$ für verschiedene Parton-Modelle (Proton)

3 Quarks ohne WW

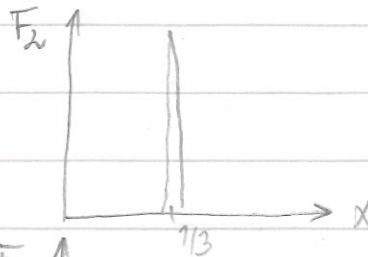
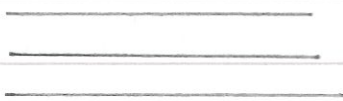
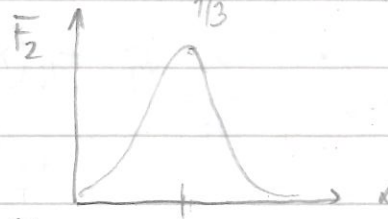
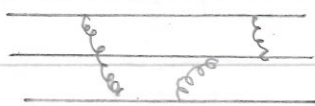
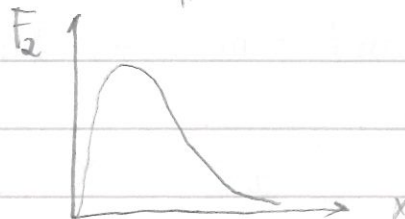
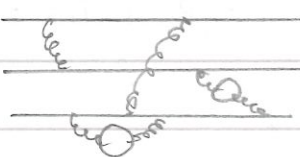


Abb. IV.14

3 Quarks mit WW



3 Quarks mit WW + See



Struktur fkt. F_2 des Protons (Partondichte) wurden durch eine Vielzahl von Streupunkten bestimmt (e^-p , μ^-p , νp) woraus sich die Valenzquark- als auch die Seequark-Verteilung ermitteln lassen,

$\rightarrow$ Abb. VI.15: Partonverteilung

Man findet:

- Seequarks tragen in der Regel sehr kleines x .
- Valenzquark-Verteilung hat Max. bei $x \approx 0,15 \cdot 0,2$
- $\int F_2(x) dx =$ Impulsanteil des Protons, der von geladenen Quarks getragen wird
 $\approx 50\%$

$\rightarrow$ d.h. die übrigen 50% des Protonimpulses werden durch Gluonen getragen.

VII. Starke Wechselwirkung

1. Farbladung und Gluonen

Entsprechend der e.m. WW, die zwischen elektrisch geladenen Teilchen unter Austausch von Photonen wirkt, so wirkt die starke Kraft zwischen Teilchen mit „Farb“ladung unter Austausch von Gluonen.

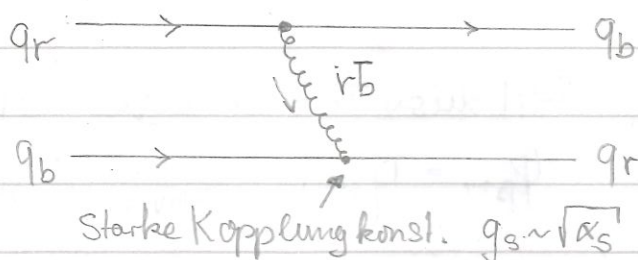
Quark und Antiquarks kommen in 3 „Farben“ bzw. „Antifarben“ vor:

$$q: r, g, b \quad \bar{q}: \bar{r}, \bar{g}, \bar{b} \quad (\text{„Farbe“} = \text{genau. Ladung einer } SU(3) \text{ Symmetrie})$$

Im Gegensatz zu Photonen tragen die Gluonen selbst auch Farbladungen und zwar jeweils eine Farbe und Antifarbe ($3 \otimes \bar{3}$):

Bei der starken WW wird also auch „Farbe“ ausgetauscht. Die WW ist unabhängig von Quarkflavor ($\rightarrow$ Isospin + Strangeness Symmetrie der starken WW).

Bsp: Quark-Quark WW



Die $3 \otimes \bar{3}$ Farbkombinationen der Gluonen führen zu

8 „farbigen“ Color-Oktett-Zuständen:

$$r\bar{g}, r\bar{b}, g\bar{b}, g\bar{r}, b\bar{r}, b\bar{g}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - b\bar{b}), \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$$

und einem „farbneutralen“ Color-Singlett: $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

Nur die 8-Color-Oktettzustände bilden die 8 Gluonen der starken WW.

Erinnerung: Gekoppeltes Spin- $\frac{1}{2}$ System: $2 \otimes 2$ ($SU(2)$)

$\rightarrow$ Spin-Triplett mit $I=1$ $I_3 = \pm 1, 0$

Spin-Singlett mit $I=0$ $I_3 = 0$

1.1 Evidenz für Farbladung als QZ der Quarks

- a) Fermion-Statistik für $J = \frac{3}{2}$ Baryonen: $\Delta^{++} = |u\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle$
 Quarkwellenfkt muß anti-symmetr. gegen Vertauschung sein:
 $\Psi_{\Delta^{++}} = |u\uparrow, u\uparrow, u\uparrow\rangle = \underbrace{\Psi_{\text{Raum}}(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3)}_{\text{leichteste Resonanz } l=0 \text{ Zustand} \rightarrow \text{symmetr.}} \underbrace{\Psi_{\text{Flavor}}(uuu)}_{\text{Symmetr. gegen Vertauschung}} \chi_{\text{spin}}(\uparrow\uparrow\uparrow)$

D.h. bei Berücksichtigung des bisher bekannten QZ besitzen ist die Gesamtwellenfkt der 3 Quarks symmetr. gegen Vertauschung.

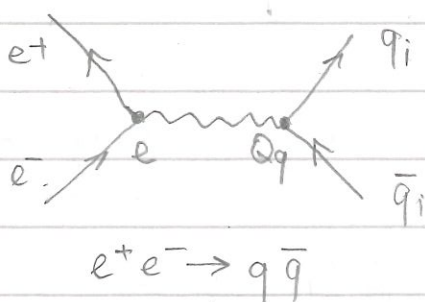
- Es muß eine weitere QZ geben in der sich die 3 Quarks unterscheiden.
 → Farbladung: Farbwellenfkt ist anti-symmetrisch

$$\epsilon_{\text{Farbe}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{\substack{i,j,k= \\ r,g,b}} \epsilon_{ijk} u_i u_j u_k \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{antisymmetr. Tensor} \end{array} \right.$$

Mit dieser Farbwellenfkt ist dann die Gesamtwellenfkt

$$\Psi_{\Delta^{++}} = \Psi_{\text{Raum}} \cdot \Psi_{\text{Flavor}} \cdot \chi_{\text{spin}} \cdot \epsilon_{\text{Farbe}} \quad \text{anti-symmetrisch.}$$

- b) WA für e^+e^- -Annihilation in Hadronen: $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$



$q\bar{q}$ sind nun als Hadronen beobachtbar (Abb VII.1)
 $\sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})$ ← Summe

$$= \sigma(e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}) \cdot \sum_{\text{kinematisch möglich Flavor} \rightarrow q_i} Q_{q_i}^2 \cdot N_f$$

$N_f = \text{Zahl der möglichen Farbzustände}$
 $(r\bar{r}, b\bar{b}, g\bar{g} \Rightarrow N_f = 3)$

$$R_{\text{had}} = \frac{\sigma_{\text{had}}}{\sigma_{\mu\mu}} = N_f \cdot \sum_{q_i} Q_{q_i}^2 \quad \begin{array}{l} \text{Summe über alle} \\ \text{kinematische Quarkpaare} \end{array}$$

Zur Messung: Aufgrund der Hadronisierung werden 2-Teilchen-Jets beobachtet die dem ursprünglich entstandenen Quarks entsprechen. (Abb VII.1)

Mögliche Quarkpaare und Vorhersage für R_{had} :

$$E_{cms} < 2m_c c^2 \approx 3\text{ GeV} : \quad u, d, s \quad R_{had} = 3 \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \right) = 2$$

$$E_{cms} < 2m_b c^2 \approx 10\text{ GeV} : \quad u, d, s, c \quad R_{had} = 3 \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} \right) = \frac{10}{3}$$

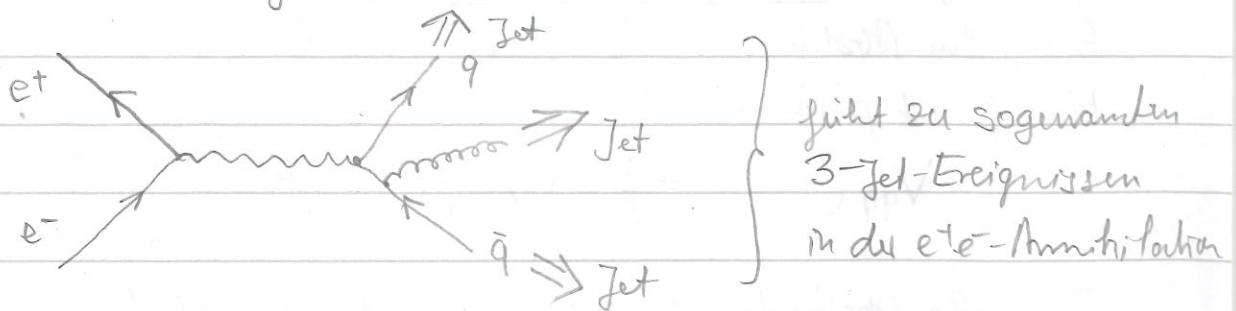
$$E_{cms} < 2m_t c^2 \approx 350\text{ GeV} : \quad u, d, s, c, b \quad R_{had} = \dots = \frac{11}{3}$$

($\rightarrow$ siehe Messung von R_{had} in Abb VII.2)

Man beobachtet im gemessenen Verhältnis R_{had} tatsächlich die vorhergesagten Sprünge und der Faktor $N_F = 3$ den man für 3 verschiedene Farbladungen erwarten würde.

1.2 Evidenz für Gluonen: 3-Jet-Ereignisse

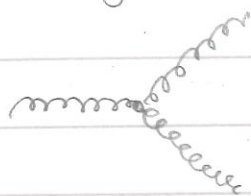
Analog zur Bremsstrahlung von Photonen erwartet man, daß Quark „reelle“ Gluonen abstrahlen können, die dann genau wie die Quarks zu einem Jet von Hadronen hadronisieren können:



3-Jet-Ereignisse wurden bei PETRA (e^+e^- -Speicherring bei DESY) 1977 entdeckt und gelten als Nachweis des Gluons
 $\rightarrow$ Abb. VII.3 (3 Jet-Ereignis)

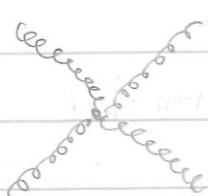
2. Quark-Antiquark-Potential, Confinement und Running von α_s

Eine besondere Eigenschaft der Gluonen ist ihre Farbladung. Gluonen können deshalb auch miteinander koppeln und es gibt deshalb auch sogenannte Gluon-Gluon-Vertices:



3-Gluon Vertex

oder



4-Gluon-Vertex

} kommen in der
des e.m. WW
nicht vor!

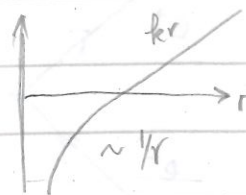
Diese zusätzlichen Graphen führen sowohl für die Kopplungskonstante α_s als auch für das $q\bar{q}$ bzw. $q\bar{q}$ -Potential (z.B. in einem Meson) zu einem qualitativ anderen Verhalten als in der QED.

2.1 Quark-Antiquarkpotential und Confinement

Für sehr kleine Abstände (entspricht bei Streuprozessen große Q^2) nimmt das Potential sehr stark ab und die Quarks sind quasi-frei: asymptotische Freiheit für kleine Abstände / große Q^2 . Bei großen Abständen steigt das Potential linear an.

Man findet phänomenologisch:

$$V_{q\bar{q}}(r) = -\frac{4}{3} (\hbar c) \frac{\alpha_s(r)}{r} + kr$$



Für große Abstände von q und $\bar{q}$ sind die Feld-/Kraftlinien zu einem Bündel = Farbfeldschlauch zusammengedrückt (Kraft ist konstant):



} Dass die Kraftlinien
schlauchartig verlaufen
ist Folge der Gluon-
Gluon-WW.

Versucht man die Quarks weiter auseinander zu ziehen, wächst das Potential linear an und man braucht unendlich viel Energie um die Teilchen zu separieren / zu befreien.

Quark / Antiquark sind also im Farbpotential eingesperrt: Confinement.

2.2. Laufende Kopplungskonst. α_s und asymptotische Freiheit

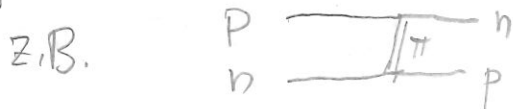
Verlauf von $\alpha_s(Q^2)$: Abb VII. 4)

Genauso wie die QED-Kopplungskonstante ist auch α_s eine Funktion des Abstandes bzw. des Q^2 -Wertes der WW. Qualitativ ist das Verhalten aber völlig anders: Die zusätzliche Gluon-Gluon-Kopplung führt bei großen Abständen zu einer "Anti-Abschirmung" also zu einem Anstieg von α_s für kleine Q^2 . Für große Q^2 wird α_s kleiner. Im Limit $Q^2 \rightarrow \infty$: $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$.

Dieses Verhalten bewirkt dass Quarks bei kleinen Abständen (großen Q^2 -Werten) quasi-frei sind. Man spricht deshalb von asymptotischer Freiheit.

Das Laufen von α_s wird durch die von Wilczek, Politzer und Gross 1975 vorgeschlagene Theorie der starken WW (QCD) vorhergesagt $\rightarrow$ Nobelpreis 2004

Für kleine Q^2 ($Q^2 \rightarrow 0$) steigt die starke Kopplungskonst. $\alpha_s(Q^2)$ sehr stark an und erreicht bei etwa $Q^2 \approx (200 \text{ MeV}/c)^2$ die Größe $O(1)$. Eine perturbative Behandlung der starken WW in diesem Regime ist nicht mehr möglich: Die Bindung von Quarks in Hadronen kann also nicht mehr störungstheoretisch behandelt werden (Stattdessen: Gittererchtheorie). Das Gleiche gilt auch für die Bindung von Nukleonen in Kernen. Hier können effektive Theorien zu Anwendung kommen (Austausch von Pionen):



2.3 Untersuchungen des $q\bar{q}$ -Potentials mit Quarkonia ¹¹⁴ (Abb VII. 5-7)

Analog zum gebundenen e^+e^- -Zustand (Positronium) eignen sich gebundene Zustände schwerer Quarks ($c\bar{c}$ und $b\bar{b}$: J/ψ , Υ), um mehr über das $q\bar{q}$ -Potential zu lernen. Vergleicht man das Anregungsspektrum von Charmonium ($c\bar{c}$) mit dem des Positroniums (e^+e^-) findet man starke Analogien (Abb 5-7)

Bem.: Das Charmonium als gebundener $c\bar{c}$ -Zustand wurde 1974 gleichzeitig am BNL und SLAC entdeckt. Niedrigster Zustand $J^{PC} = 1^{--}$ ist das J/ψ (J =Name durch S.C.C.Ting, ψ =Name durch B. Richter)

J/ψ (3.1 GeV)

Die niedrigsten Zustände des Charmoniums liegen unterhalb der kinematischen Schwelle, ab der der starke Zerfall in 2 D-Mesonen (2×1.87 GeV) möglich ist. Diese Zustände können deshalb nur schwach zerfallen und haben deshalb verhältnismäßig große Lebensdauern und damit sehr schmale Halbwertsbreiten ($\Gamma_{c\bar{c}} \approx 5 \text{ keV}$)

Die Messung der Charmonium-Zustände unter der Annahme eines Potentials der obigen Form hat die folgende Parameter ergeben:

$$m_c \approx 1.5 \text{ GeV}/c^2$$

$$\alpha_s \approx 0.3 \quad (c\bar{c}) \quad \hbar a \approx 1 \text{ GeV}/\text{fm}$$

(Anknull: Beobachtung nur $c\bar{c}$ -Zustände - passen nicht alle in Spektrum)

2.4. Hadronisierung:

Aufgrund des Confinements ist die Produktion freier Quarks (oder farbgeladener Gluonen) nicht möglich. Die Produktion des $q\bar{q}$ -Paares in der e^+e^- -Annihilation schlägt sich deshalb in Hadronisierung um:



Farbschlauch wird gespannt



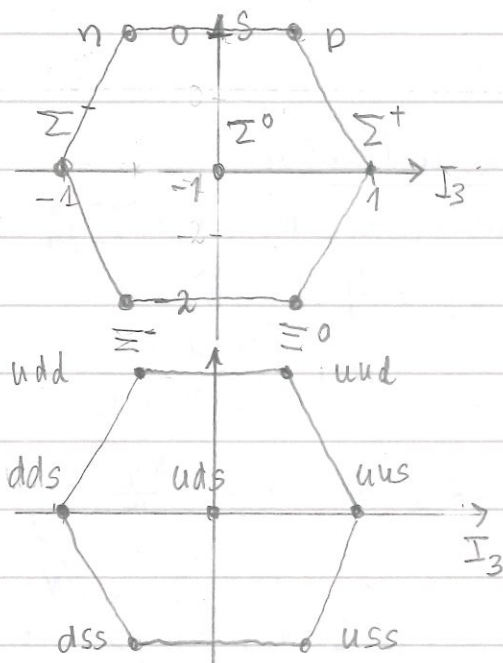
ab gewisser Spannung bildet Farbschlauch auf und neue $q\bar{q}$ -Paare entstehen

→ Entstehung $q\bar{q}$ -Paare bildet Hadronen und Teilchen-Jets.

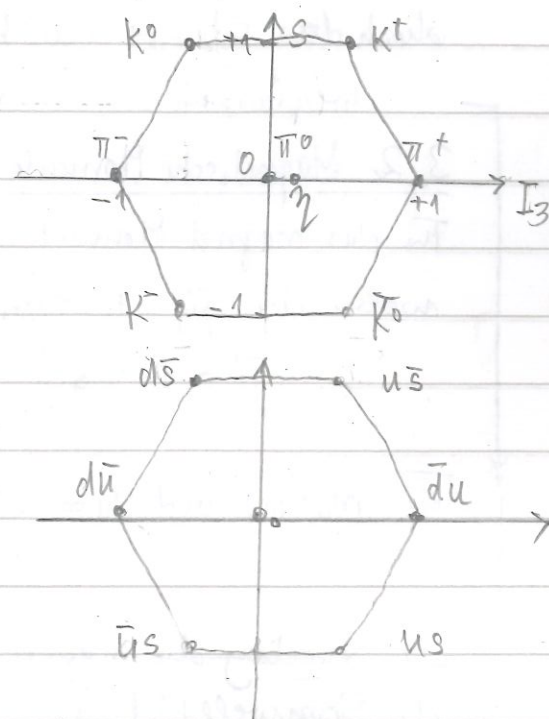
3. Quark-Modell der Hadronen (Statische Quarkmodell)

Benutzt man die in Kap. V Isospin und Strangeness so lassen sich die bis in die 1970er Jahre bekannten Hadronen in Multipletts anordnen.

Bsp: Spin $\frac{1}{2}$ Baryonen.



Bsp: Spin 0 Pseudoskalare Mesonen



Durch die Erfüllung von 3 verschiedenen Kriterien (Quarks = aus J. Joyce, Finnegans Wake „Three Quarks for Muster Mark“) kommt M. Gell-Mann die beobachtete Struktur als qqq und $q\bar{q}$ -Kombinationen erklären.

3.1 Hadron-Massen:

Historisch hat man versucht das beobachtete Massenspektrum durch die Einführung sogenannter Konstituents-Quarkmassen für u und d auf der einen und s -Quark auf der anderen Seite zu erklären. Neben den Quarkmassen wurden e.m. WW sowie Farbdipolwechselwirkung berücksichtigt was zu sehr guten Vorhersagen von Hadron-Massen führt.

Heute wissen wir, dass die Massen der leichtesten Baryonen und Mesonen durch die Bindungsenergie der Quarks gegeben ist. Die Masse der beteiligten Quarks spielen dabei nur eine untergeordnete Rolle. Um die Bindungsenergie zu berechnen verwendet man Gitter-Eichtheorie (QCD Lagrangian wird diskretisiert). Bei Hadronen mit schweren Quarks (c, b Quarks) wird die Masse des Hadrons durch das schwere Quark dominiert.

weglassen

3.2 Magnetische Momente von Proton und Neutron

Für das magnet. Moment eines Protons erwartet man $\vec{\mu}_p = \sum \vec{\mu}_i$ wobei die $\vec{\mu}_q$ das magnet. Moment der q th Quarks ist.

$$\vec{\mu} = g_s \cdot \mu_B \vec{S} \quad \text{mit Magneton } \mu_B = \frac{Q_{u,d} \hbar c}{2 m_{u,d} \cdot c}$$

Für $m_u \approx m_d$ und $Q_u = -2Q_d$: $\mu_u = -2\mu_d$ bzw.: $\mu_u = \frac{2}{3} \frac{m_N}{m_u} \mu_N$; $\mu_d = -\frac{1}{3} \frac{m_N}{m_d} \mu_N$.

Zur Berechnung der magnet. Momente des Nukleons muß man die Spinwellenfkt der 3 Quarks berücksichtigen (SU(6) Spin).
(uu)

Durch Kopplung von erst 2 Quarks zu symmetr. $\chi_{\text{sym}}(1,1)$ bzw. antisymmetr. $\chi_{\text{asym}}(1,0)$ und hinzufügen der 3 Quarks ($\rightarrow$ symmetr. Spinwelle wie bei Δ^{++}):

$$\psi_{\text{spin}}^{\text{Proton}} \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{smallmatrix} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \chi_S(1,1) \psi_S \left(\begin{smallmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{smallmatrix} \right) - \sqrt{\frac{1}{3}} \chi_S(1,0) \psi_S \left(\begin{smallmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{smallmatrix} \right)$$

$$\mu_u + \mu_u - \mu_d \quad \quad \quad + \mu_d$$

$$\Rightarrow \text{Proton } \mu_p = \frac{2}{3} (2\mu_u + \mu_d) + \frac{1}{3} \mu_d = \frac{4}{3} \mu_u - \frac{1}{3} \mu_d \approx \frac{3}{2} \mu_u$$

$$\text{Neutron } \mu_n = -\mu_u$$

$$\text{Damit } \mu_p/\mu_n = -2/3 \quad \text{im Vergleich zu } \mu_p/\mu_n = -0,685 \text{ (exp.)}$$

($\rightarrow$ Bestätigt das Konstituente Quark Modell)