

Aufgabenblatt 11 – Experimentalphysik IV – SS18

Diskussion in den Übungen: Do./Fr., 5./6. Juli

11.1 Formfaktoren des Nukleons (1 Punkt)

Der Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung $e^- + p \rightarrow e^- + p$ wird durch die Rosenbluth-Formel beschrieben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4(\frac{\theta}{2})} \frac{E'}{E} \left(\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2(Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

Hier sind E und E' die Energie des ein- und auslaufenden Elektrons; $\tau = Q^2/(4m_p^2 c^2)$, sowie $G_E(Q^2)$ und $G_M(Q^2)$ der elektrische und magnetische Formfaktor des Protons.

- a) Schreiben Sie die Rosenbluth-Formel als Funktion von $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$ auf, wobei der Mott-Wirkungsquerschnitt mit

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \frac{\alpha^2 (\hbar c)^2}{4E^2 \sin^4(\frac{\theta}{2})} \frac{E'}{E} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

bezeichnet ist und interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

- b) Das Verhältnis

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$$

ist linear in $\tan^2(\theta/2)$. Drücken Sie Steigung und Achsenabschnitt als Funktionen von $G_E(Q^2)$ and $G_M(Q^2)$ aus.

- c) Bestimmen Sie Werte für $G_E(0.292 \text{ GeV}^2)$ und $G_M(0.292 \text{ GeV}^2)$ aus Abb. 1.
d) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit dem magnetischen Moment und der elektrischen Ladung Protons.

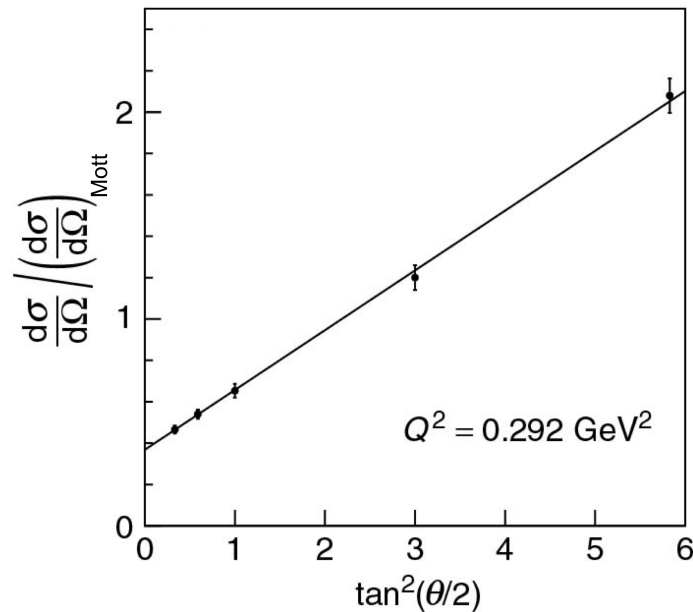


Abb. 1: Daten aus elastischer $e^- p \rightarrow e^- p$ Streuung.

Musterlösung:

- a) Dividing the Rosenbluth formula by $(d\sigma/d\Omega)_0$ yields

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

thus

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}}.$$

- b) Read off gradient m and intercept c from graph:

$$c = 0.3549$$

$$m = 0.2862$$

$$\tau = Q^2/4m_p^2 = 0.292/4/0.938^2 = 0.083.$$

$$m = 2\tau [G_M(Q^2)]^2 \quad \text{and} \quad c = \frac{[G_E(Q^2)]^2 + \tau [G_M(Q^2)]^2}{1 + \tau}$$

- c)

$$G_M(Q^2 = 0.292 \text{ GeV}^2) \simeq 1.31 \quad \text{and} \quad G_E(Q^2 = 0.292 \text{ GeV}^2) \simeq 0.491.$$

- d) At $Q^2 = 0$, the form factors are normalized to the electric charge of the proton in units of the elementary charge e , $G_E(Q^2 = 0) = 1$ and the magnetic moment in units of the nuclear magneton $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$, $G_M(Q^2 = 0) = 2.79$.

N.B.: The neutron has a magnetic moment of $-1.91 \mu_N$, i.e. spin and magnetic moment have opposite directions. The form elastic factor factors do not measure the sign.

The fact that the form factors decrease with Q^2 shows that the proton has finite size. The wavelength of the exchanged photon decreases and resolves the proton structure. Thus it sees only a fraction of the total charge and magnetic moment of the proton.

11.2 Partonendichte im Nukleon (1 Punkt)

Nukleonen bestehen aus Quarks, Antiquarks und Gluonen. Die Impulsverteilung dieser Quarks, Antiquarks und Gluonen können in tief-inelastischen Streuprozessen gemessen werden. In tief-inelastischer Elektron-Proton Streuung kann z.B. die Strukturfunktion des Protons $F_2^{ep}(x)$ gemessen werden, die beschrieben wird durch

$$F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 x[u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x[d(x) + \bar{d}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x[s(x) + \bar{s}(x)].$$

Die Funktion $u(x)$ bezeichnet die Anzahldichte, dass ein u-Quark im Nukleon gefunden wird mit Anteil des Nukleonimpulses im Bereich $[x, x+dx]$. Die Funktionen $d(x)$ und $s(x)$ bezeichnen die entsprechende Größe für die d-Quarks und s-Quarks. Die Beiträge der schweren c, b und t-Quarks werden hier vernachlässigt.

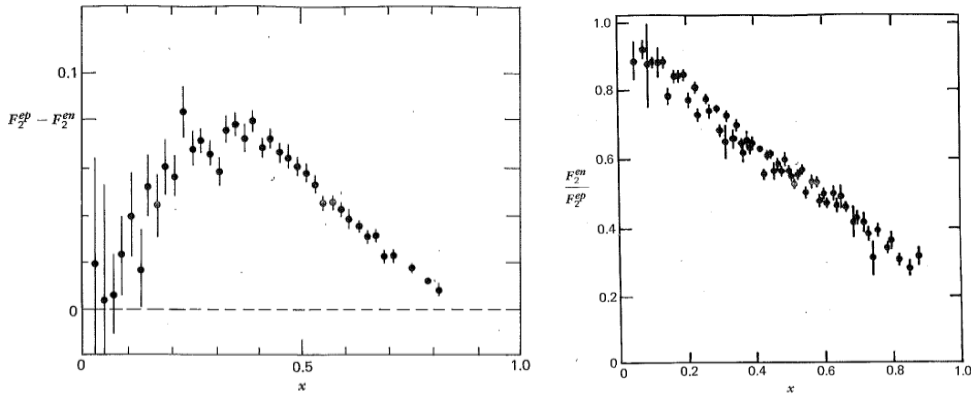


Abb. 2: Links die Differenz $F_2^{ep} - F_2^{en}$, rechts das Verhältnis F_2^{en}/F_2^{ep} .

- In der oben aufgeführten Formel sind die Quarks nach ihrem Flavour klassifiziert. Ordnen Sie die Formel nach Beiträgen der Valenzquarks $val(x)$ und der Seequarks $sea(x)$. Nehmen Sie an, dass die Form der Verteilungen nicht vom Quarkflavour abhängt, d.h. ein Valenzquark des Flavours u hat dieselbe Verteilung wie ein Valenzquark des Flavours d, also $val(x)$ ¹. Wie lauten die Strukturfunktionen $F_2^{ep}(x)$ des Protons und $F_2^{en}(x)$ des Neutrons als Funktion von $val(x)$ und $sea(x)$?
- Das Bild links in Abb. 2 zeigt die gemessene Differenz $F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)$. Bestimmen Sie die Valenzquarkverteilung $val(x)$ aus dieser Differenz. Zeichnen Sie die Funktionswerte $val(x)$ im Bereich $0.2 \leq x \leq 0.8$ in Schritten von 0.1.
- Das Bild rechts in Abb. 2 zeigt das gemessene Verhältnis $F_2^{en}(x)/F_2^{ep}(x)$. Dieses Verhältnis nähert sich dem Wert eins für $x \rightarrow 0$. Welche Folgerung kann man daraus ableiten?
- Gewisse Integrale der Quarkverteilungen haben eine einfache Interpretation. Solche Integrale und deren Werte sind als Summenregeln bekannt. Die Größe $\varepsilon_u = \int_0^1 xu(x)dx$, zum Beispiel, kennzeichnet den Anteil des Nukleonimpulses, der von den u-Quarks getragen wird.

Was bedeuten die folgenden Integrale, und welche Werte haben sie für Proton und Neutron? Verwenden Sie dazu das Ergebnis aus Teilaufgabe a).

¹das ist eine Approximation für $x \ll 1$!

- $\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx$
- $\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx$
- $\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx$

Musterlösung:

- a) Ein Valenzquark wird mit $\text{val}(x)$ gekennzeichnet, ein Seequark mit $\text{sea}(x)$. Ein Proton enthält zwei u- und ein d-Valenzquark, sowie Seequarks der Flavours u,d und s.

$$\begin{array}{ll}
 \text{proton :} & u(x) = 2\text{val}(x) + \text{sea}(x) & \bar{u} = \text{sea}(x) \\
 & d(x) = \text{val}(x) + \text{sea}(x) & \bar{d} = \text{sea}(x) \\
 & s(x) = \text{sea}(x) & \bar{s} = \text{sea}(x) \\
 \text{neutron :} & u(x) = \text{val}(x) + \text{sea}(x) & \bar{u} = \text{sea}(x) \\
 & d(x) = 2\text{val}(x) + \text{sea}(x) & \bar{d} = \text{sea}(x) \\
 & s(x) = \text{sea}(x) & \bar{s} = \text{sea}(x)
 \end{array}$$

Diese Werte eingesetzt in die Strukturfunktion ergibt

$$F_2^{ep} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 x[2\text{val}(x) + 2\text{sea}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x[\text{val}(x) + 2\text{sea}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x[2\text{sea}(x)]$$

nach Termen sortiert $F_2^p = x\text{val}(x) + \frac{4}{3}x\text{sea}(x)$

$$F_2^{en} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 x[\text{val}(x) + 2\text{sea}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x[2\text{val}(x) + 2\text{sea}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x[2\text{sea}(x)]$$

nach Termen sortiert $F_2^n = \frac{2}{3}x\text{val}(x) + \frac{4}{3}x\text{sea}(x)$

- b) $F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x) = \frac{1}{3}x\text{val}(x)$. Damit $\text{val}(x) = \frac{3}{x} (F_2^{ep} - F_2^{en})_{\text{meas}}$.

- c) $\frac{F_2^{ep}}{F_2^{en}} = \frac{\text{val}(x) + 4/3\text{sea}(x)}{2/3\text{val}(x) + 4/3\text{sea}(x)} = \frac{3\text{val}(x) + 4\text{sea}(x)}{2\text{val}(x) + 4\text{sea}(x)}$

Da das gemessene Verhältnis F_2^{ep}/F_2^{en} sich dem Wert eins annähert für $x \rightarrow 0$, müssen die Seequarks dominieren für $x \rightarrow 0$.

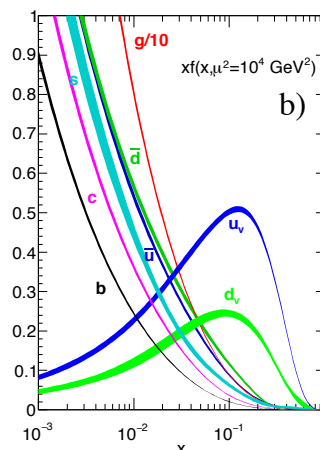
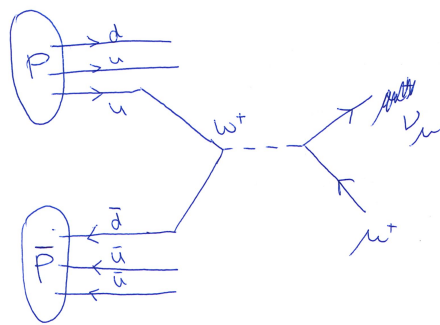
- d)
- $\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2 \int_0^1 \text{val}(x) dx = 2$ für Proton
 $\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = \int_0^1 \text{val}(x) dx = 1$ für Neutron.
 - $\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = \int_0^1 \text{val}(x) dx = 1$ für Proton
 $\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 2 \int_0^1 \text{val}(x) dx = 2$ für Neutron.
 - $\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = \int_0^1 0 dx = 0$ für Proton
 $\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = \int_0^1 0 dx = 0$ für Neutron.

Diese Integrale repräsentieren die Anzahl der Valenzquarks eines Flavours.

11.3 Produktion von W- Bosonen in Proton- (Anti-) Proton-Kollisionen (1 Punkt)

Die W-Bosonen wurden im Glashow-Weinberg-Salam-Modell der vereinheitlichten elektroschwachen Wechselwirkung mit einer Masse von etwa 80 GeV vorhergesagt und 1983 von den Experimenten UA1 und UA2 am $p\bar{p}$ Speicherring $Spp\bar{S}$ am CERN bei einer Schwerpunktennergie von 540 GeV entdeckt. Die Erzeugung und Beschleunigung von Antiprotonen war dafür entscheidend. Protonen und Antiprotonen hatten dabei eine Strahlenergie von jeweils 270 GeV.

Die untenstehende Abbildung links zeigt den dominanten Feynman Graphen für die Produktion von W-Bosonen und den anschließenden Zerfall in ein Myon und ein Myon-Neutrino: $u\bar{d} \rightarrow W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$.



- Berechnen Sie die Impulsanteile der einlaufenden Quarks unter der Annahme, dass die schweren W -Bosonen in Ruhe produziert werden.
- Betrachten Sie die Partondichte-Verteilungen von Protonen in Abb. 18.5b aus <http://pdg.lbl.gov/2018/reviews/rpp2018-rev-structure-functions.pdf>, hier rechts in der Abbildung wiedergegeben, und diskutieren Sie die Vorzüge von $p\bar{p}$ - gegenüber pp -Kollisionen.
- Berechnen Sie die Impulsanteile auch für den LHC, d.h. für pp -Kollisionen bei $\sqrt{s} = 14$ TeV.

Musterlösung:

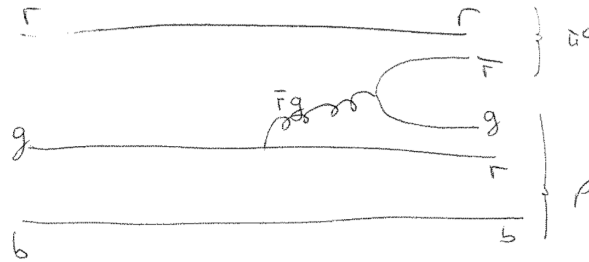
- Für die Viererimpulse: $P_q = x_1 P_p$, $P_{\bar{q}} = x_2 P_{\bar{p}}$
 Produktion in Ruhe: $x_1 = x_2 = x$, $E_q = E_{\bar{q}}$, $\vec{p}_q + \vec{p}_{\bar{q}} = \vec{0}$
 $q\bar{q}$ Schwerpunktsenergie: $s_{q\bar{q}} = (P_q + P_{\bar{q}})^2 = 4E_q^2 = 4x^2 E_p^2 = x^2 s = M_W^2$
 $x = M_W/\sqrt{s} = 80/540 = 0.15 \approx 1/7$
 Das entspricht dem mittleren Impuls der Valenzquarks.
- Bei Proton-Antiproton-Kollisionen können die W - und Z - Bosonen in führender Ordnung von den Valenzquarks erzeugt werden, bei Proton-Proton-Kollisionen ist mindestens ein See-Quark beteiligt. Das führt zu niedrigeren Raten und schlechterem Signal- zu Untergrund-Verhältnis.
- LHC: $x = 80/14000 = 0.006$
 Bei diesem x dominieren die Seequarks gegenüber den Valenzquarks; Anti-Protonen bringen keinen Vorteil mehr.
- Zur Diskussion:**
 Was können Sie über das Verhältnis von W^+ - und W^- -Produktionsraten sagen?
 Am $SppS$ findet man W^+ vorzugsweise in Proton-Richtung, W^- in Antiproton-Richtung.
 Am LHC sind W^+ häufiger als W^- , wegen der höheren u -Quark-Dichte in den Protonen, aber das Übergewicht hängt von der Richtung im Detektor ab.
 In beiden Fällen kann man das zur Bestimmung der Valenzquarkdichten verwenden.

11.4 Farbladung (1 Punkt)

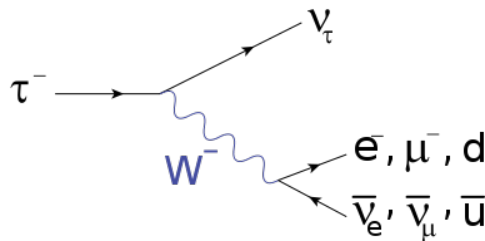
Ursache der starken Wechselwirkung ist die Farbladung, welche von Quarks und Gluonen getragen wird. Zusätzlich stellt die Farbladung einen weiteren inneren Freiheitsgrad dar, der experimentell beobachtet wird.

- a) Skizzieren Sie den Feynman-Graphen für den “starken Zerfall” $\Delta^+ \rightarrow p\pi^0$. Betrachten Sie für eine gültige Farbkombination der beteiligten Quarks den Fluss der Farbladungen.
- b) Die große Masse des τ -Leptons erlaubt den schwachen Zerfall in hadronische Endzustände. Zeichnen Sie einen Feynman Graphen für den Zerfall des τ^+ -Leptons in leichte Quarks (u, d) bzw. nach $\mu^+ + \nu_\mu$. Schätzen Sie das Verhältnis der Zerfallsbreiten $R_{ud} = \Gamma_{ud}/\Gamma_{\mu\nu}$, ab. Vernachlässigen Sie dabei Unterschiede im Phasenraum.

Musterlösung:



- a)
- b) Zerfall über virtuelles W^+ Boson, mit $W^+ \rightarrow u + \bar{d}, \mu^+ + \nu_\mu$.



$R_{ud} \propto N_f$, $N_f = 3$ ist Anzahl der Farbfreiheitsgrade.

Zur Diskussion:

Allerdings (PDG):

$$\Gamma_{ud} = 64.79\%$$

$$\Gamma_{\mu\nu} = (17.39 \pm 0.04)\%$$

Experimentell: $R_{ud} = \Gamma_{ud}/\Gamma_{\mu\nu} = 64.79 / 17.39 = 3.73$.

Berücksichtige Korrektur 1. Ordnung, d.h. eines der beiden Quarks strahlt zusätzlich ein Gluon ab.

$$R_{ud} = N_f \cdot (1 + \alpha_s/\pi).$$

Das Verhältnis wird also größer durch die 1. Ordnung der QCD Korrektur.

Für Experten: Um einen genauen Wert für $\alpha_s(Q^2 = m_\tau^2)$ zu bestimmen, muss man höhere Korrekturterme berücksichtigen, da α_s/π nicht allzu klein gegenüber 1 ist und die Koeffizienten der Störungsentwicklung stark ansteigen.

$$R_{ud} = N_f \cdot \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + 5 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 + 26 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3 + 127 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^4\right)$$

Damit erhält man $\alpha_s = 0.36$.

