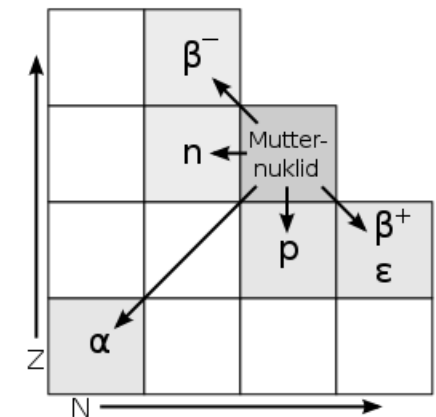
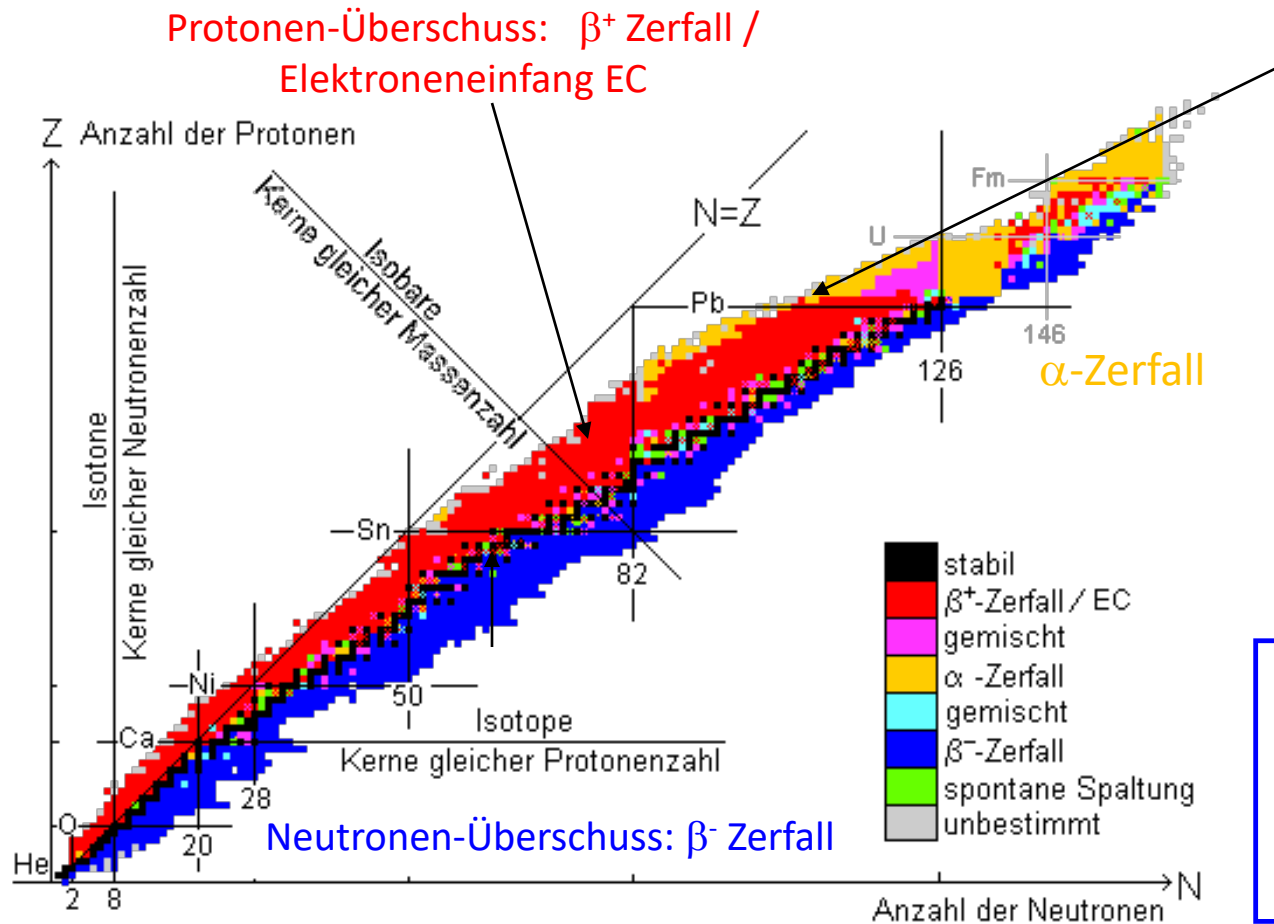


Abb. IX.6 Stabile und instabile Kerne - Stabilitätstal

Stabile Kerne (schwarz) beschränken sich auf schmales Band in N-Z Ebene.



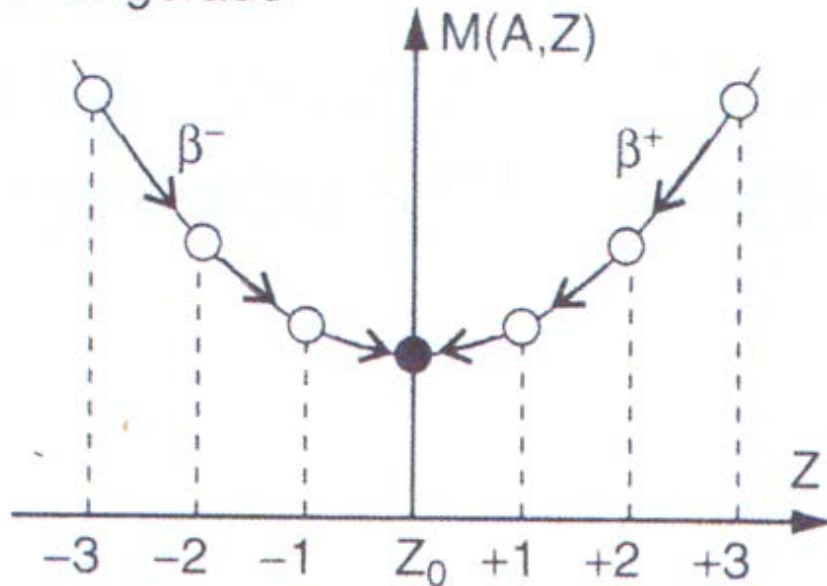
Zur Überwindung der Coulomb-Abstoßung werden bei schweren Kernen mehr Neutronen eingebaut.

Kerne mit $Z, N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (**magische Zahlen**) sind sehr stabil und kommen besonders häufig vor.

„magische Zahlen“:
s. Schalenmodell

Abb. IX.7 β -Zerfälle

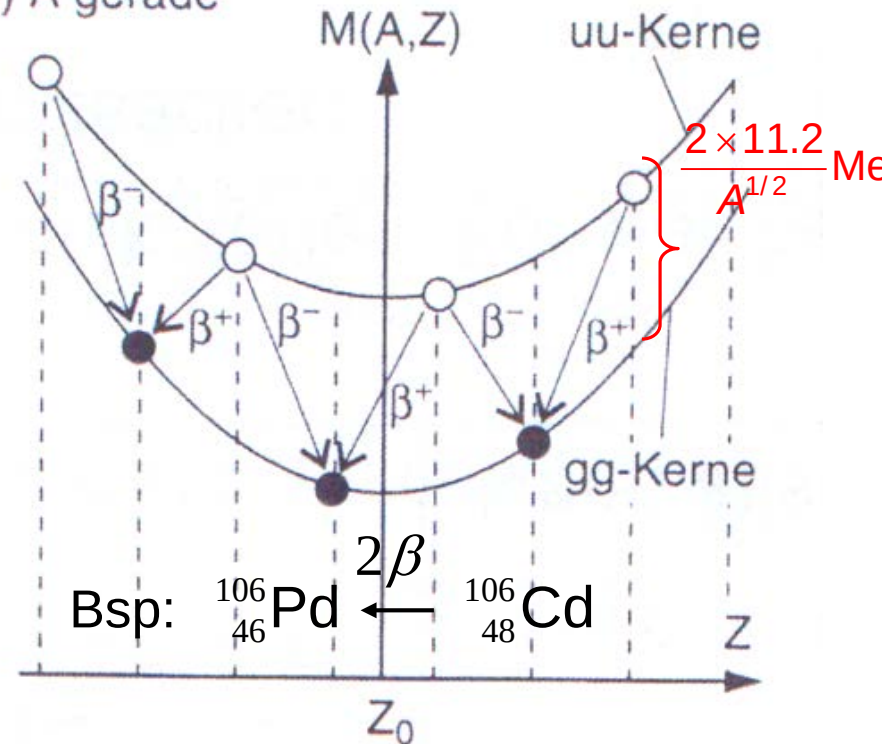
a) A ungerade



ug/gu Kerne:

In der Regel nur ein stabiles Isobar

b) A gerade



Für $Z > 7$:

keine stabile **uu** Kerne,
mindestens 2 stabile **gg** Kerne

Doppelter Beta-Zerfall ($gg \rightarrow gg$)
prinzipiell möglich, aber sehr stark
unterdrückt

Abb. IX.8 Alpha-Zerfall & Geiger-Nuttall Regel

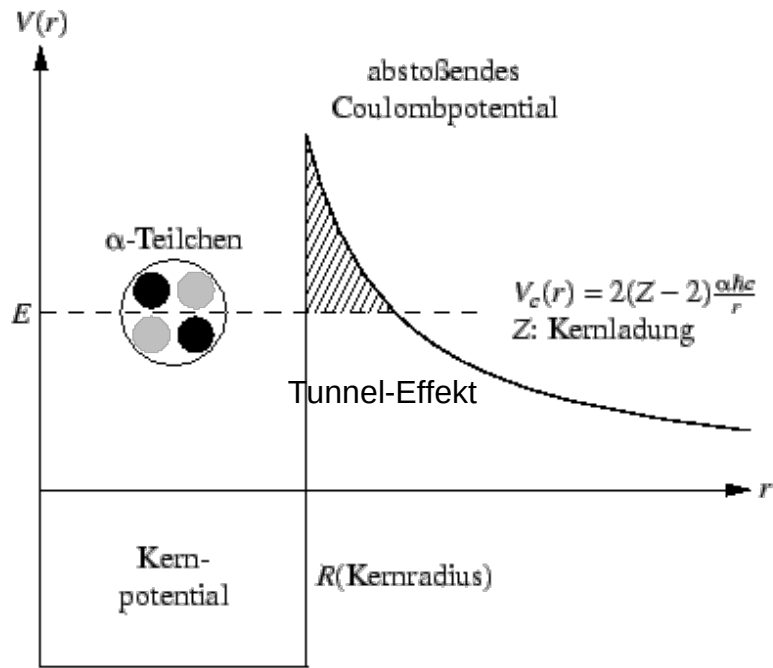
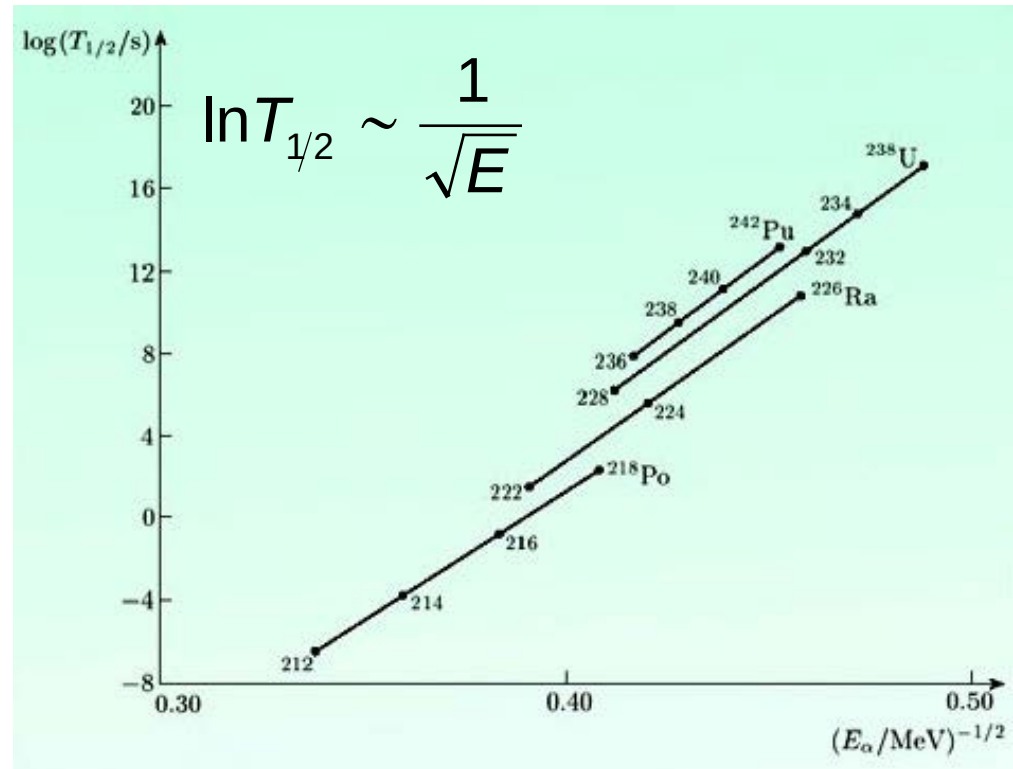
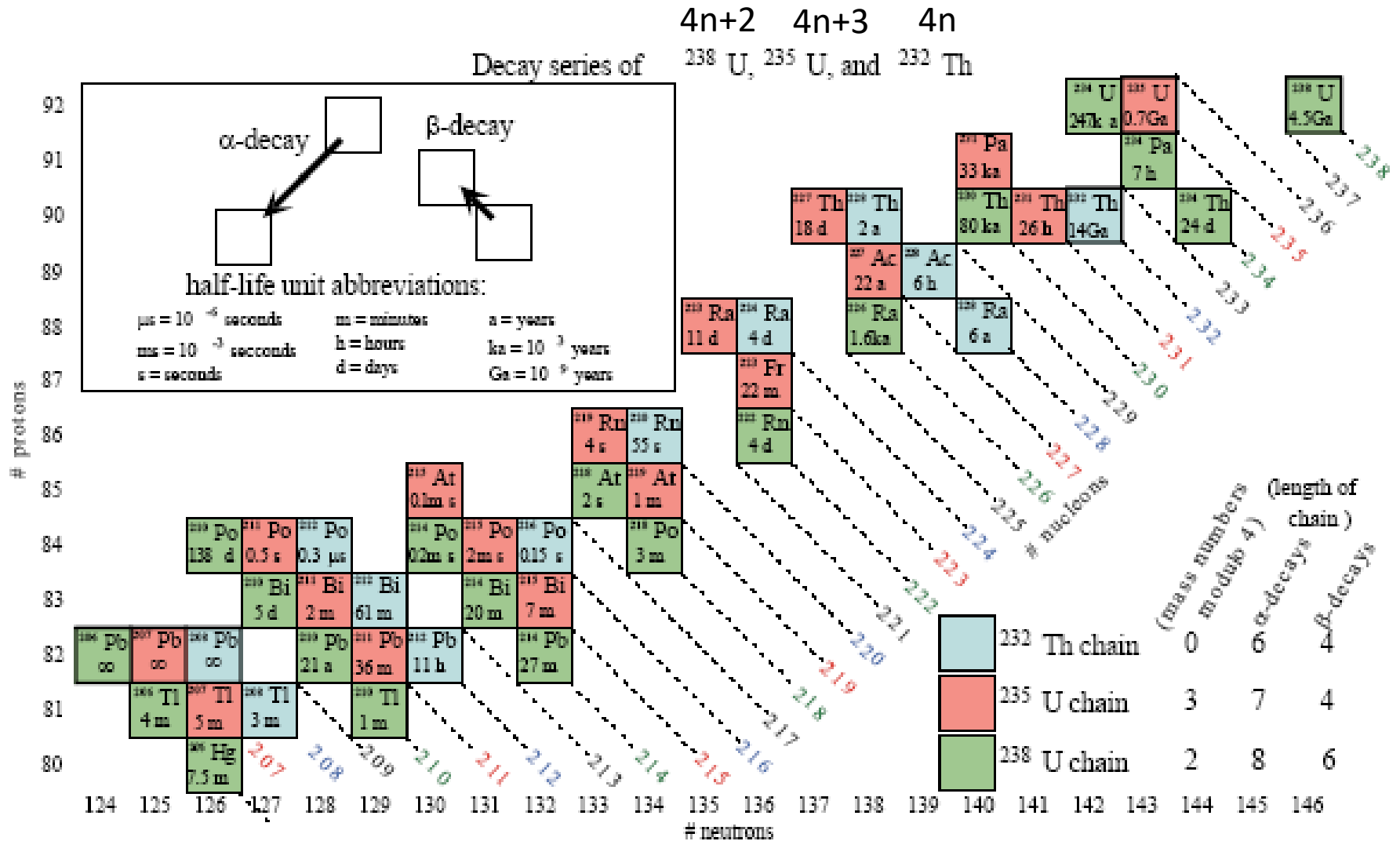


Abb. 12.6: abstoßendes Coulombpotential, $V_{\text{Coul}} = 2(Z-2)(\alpha/r)$



Logarithmische Abhängigkeit von Energie hat
Ursache im Tunneleffekt!

Abb. IX.9 Radioaktive Zerfallsreihen



Die 4. Zerfallsreihe = Neptunium-237 (Plutonium 241) → Thallium-205 kommt in der Natur nicht mehr vor (bereits vollständig zerfallen) $4n+1$

Abb. IX.10 Spontane Kernspaltung

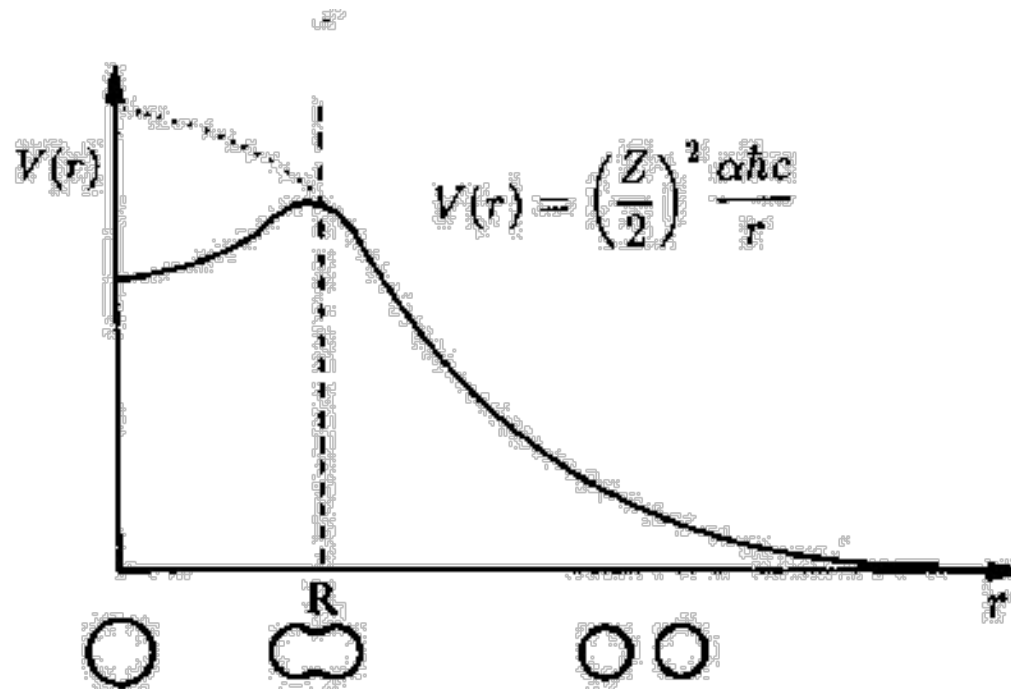
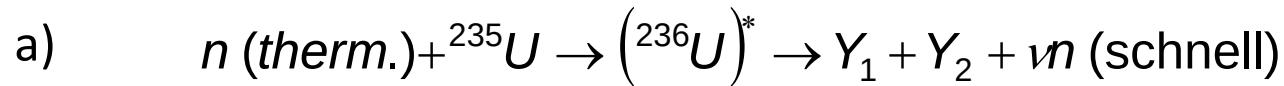
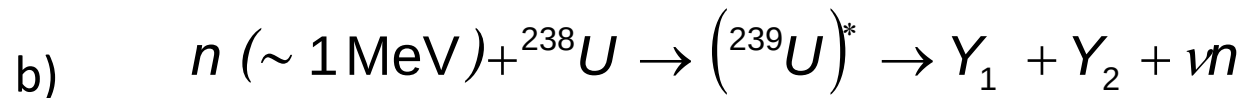


Abb. 12.14: Potentielle Energie in verschiedenen Phasen der Spaltung. Der Atomkern mit der Ladung Z spaltet in zwei Tochterkerne. Die durchgezogene Kurve entspricht dem Potentialverlauf im Mutterkern. Die Höhe der hier vorhandenen Spaltbarriere bestimmt die Wahrscheinlichkeit der spontanen Spaltung. Bei Kernen mit $Z^2/A \gtrsim 48$ verschwindet die Spaltbarriere, und der Potentialverlauf entspricht der gestrichelten Kurve (aus [Po96]).

Abb. IX.11 Stoßinduzierte Spaltung



$$E_B = m({}^{235}\text{U}) + m_n - m({}^{236}\text{U}) = 6.4 \text{ MeV} > \Delta E_{\text{Spalt}} \approx 5.8 \text{ MeV}$$



$$E_B = m({}^{238}\text{U}) + m_n - m({}^{239}\text{U}) = 4.8 \text{ MeV} < \Delta E_{\text{Spalt}} \approx 6.4 \text{ MeV}$$

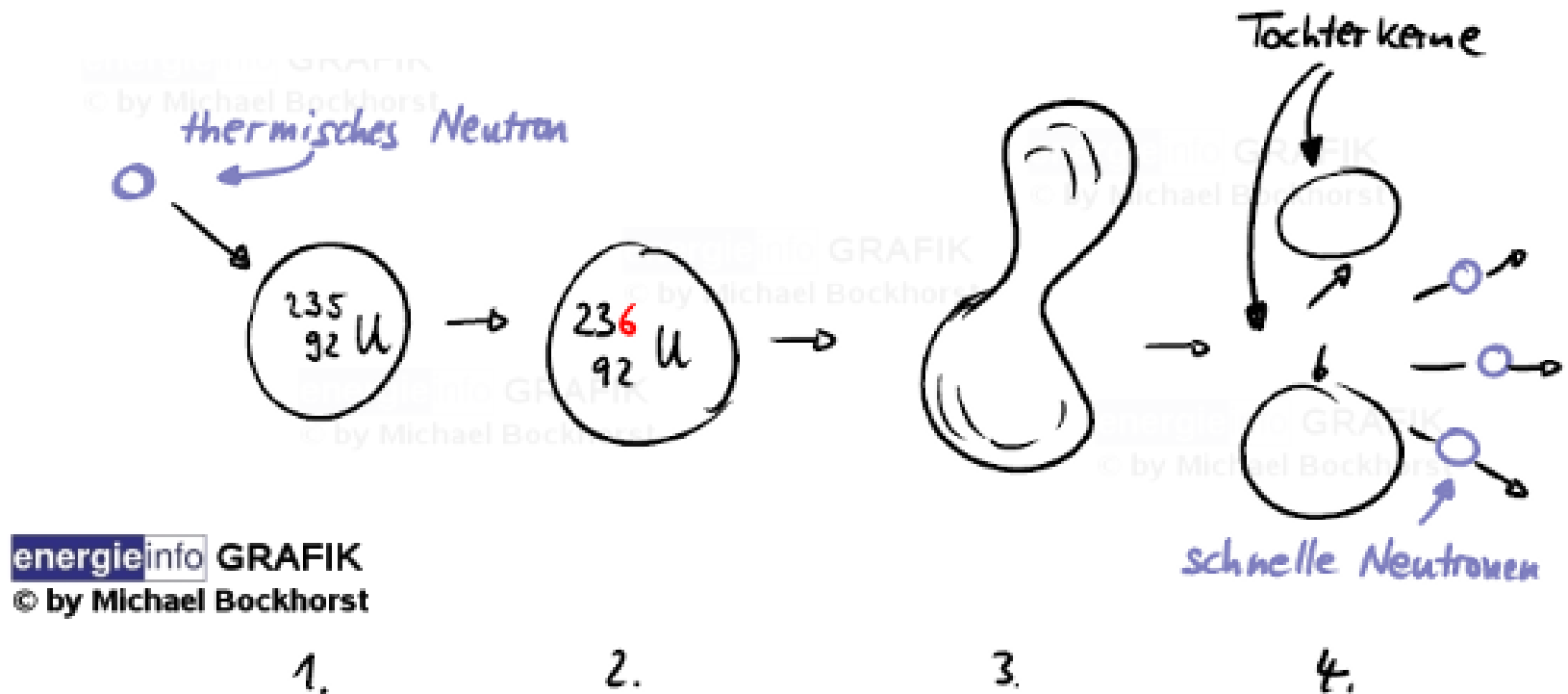
Bei genügend hoher Neutron-Energie ist gelegentliche Spaltung von ${}^{238}\text{U}$ möglich.

Warum kann man ${}^{235}\text{U}$ bereits mit thermischen Neutronen spalten?

a) $ug \rightarrow gg$: Paarungsenergie wird als zusätzliche Energie frei

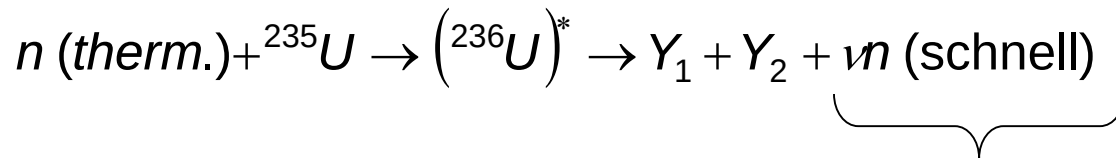
b) $gg \rightarrow ug$: Paarungsenergie wird zusätzlich benötigt

Abb. IX.11a Stoßinduzierte Spaltung von ^{235}U



4.3 Kernspaltung und Kernkraftwerke (KKW)

Kettenreaktion nur mit thermischen Neutronen und Spaltung von ^{235}U möglich



Im Mittel 2.3 Neutronen (schnell)

Neben direkten Neutronen entstehen auch verzögerte ($t_{\text{Delay}} = 1\text{ms} \dots 1\text{min}$) Neutronen ($\sim 1\%$), die für die Steuerung eines Reaktors wichtig sind.

Energiebilanz bei Spaltung

E_{kin} der Spaltfragmente	167	$\pm$	5 MeV
E_{kin} aller Spaltneutronen	5	$\pm$	0.2 MeV
prompte γ -Strahlung	8	$\pm$	1.5 MeV
verzögerte γ -Strahlung	6	$\pm$	1 MeV
E_{kin} der e^- aus dem β -Zerfall	6	$\pm$	1 MeV
E_{kin} der $\bar{\nu}_e$ aus dem β -Zerfall	12	$\pm$	2.5 MeV
Summe Q	204	$\pm$	6 MeV

Nutzbare Energie

$$Q - E_{kin}(\nu) = 192 \text{ MeV}$$



$$1\text{g U} \equiv 2.55 \text{ MWh}$$

Nachwärme: anfänglich bis zu 10% der Leistung, aufgrund radioaktiver Zerf.

Kettenreaktion:

Die bei Spaltung ausgelösten ν Neutronen können durch verschiedene Reaktionen absorbiert werden und für weitere Spaltprozesse verloren gehen.

Für ^{238}U ist der WQ für inelastische Stoßprozesse $\sigma(n, n'\gamma)$ sehr viel größer als der Spaltquerschnitt $\sigma(n, f) \rightarrow$ Kettenreaktion ist hier nicht möglich.

Eine Kettenreaktion ist hingegen möglich für ^{235}U und thermische Neutronen. Das verlangt aber ein Abbremsen der schnellen Neutronen die in der Spaltung entstehen: **Moderation**.

Beim Abbremsen in angereichertem Uran (typ. 97% ^{238}U + 3% ^{235}U) mit großem Anteil von ^{238}U werden die Neutronen im Energiebereich von 1...100 eV, in dem der WQ für $^{238}\text{U} (n, \gamma) ^{239}\text{U}$ sehr groß ist von ^{238}U eingefangen.

Zum Abbremsen muss deshalb ein von ^{238}U verschiedener Moderator verwendet werden: H_2O , D_2O , ^{12}C (D_2O ist optimaler Moderator mit kurzer Abbremslänge aber sehr großer Absorptionslänge) .

Kritische Masse:

In hochangereichertem ^{235}U oder auch ^{239}Pu ohne Fremdkerne, die die Neutronen absorbieren, kommt es bei genügend großer Masse (kugelförmige Anordnung) zu einer unkontrollierten Kettenreaktion:

Isotop	kritische Masse (kugelf.)	krit. Masse +Reflexion Wasser
^{235}U	49 kg	23 kg
^{239}Pu	10 kg	5.4 kg

Reaktorbetrieb

Zahl der Neutronen in Generation (n+1): $N_{n+1} = k_{\text{eff}} N_n$

mit dem effektiven Vermehrungsfaktor k_{eff}

Typ. Zykluszeit $T \sim 1\mu\text{s}$ zum Abbremsen = Zeit zwischen Generationen

$$\frac{dN}{dt} = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{T} N$$



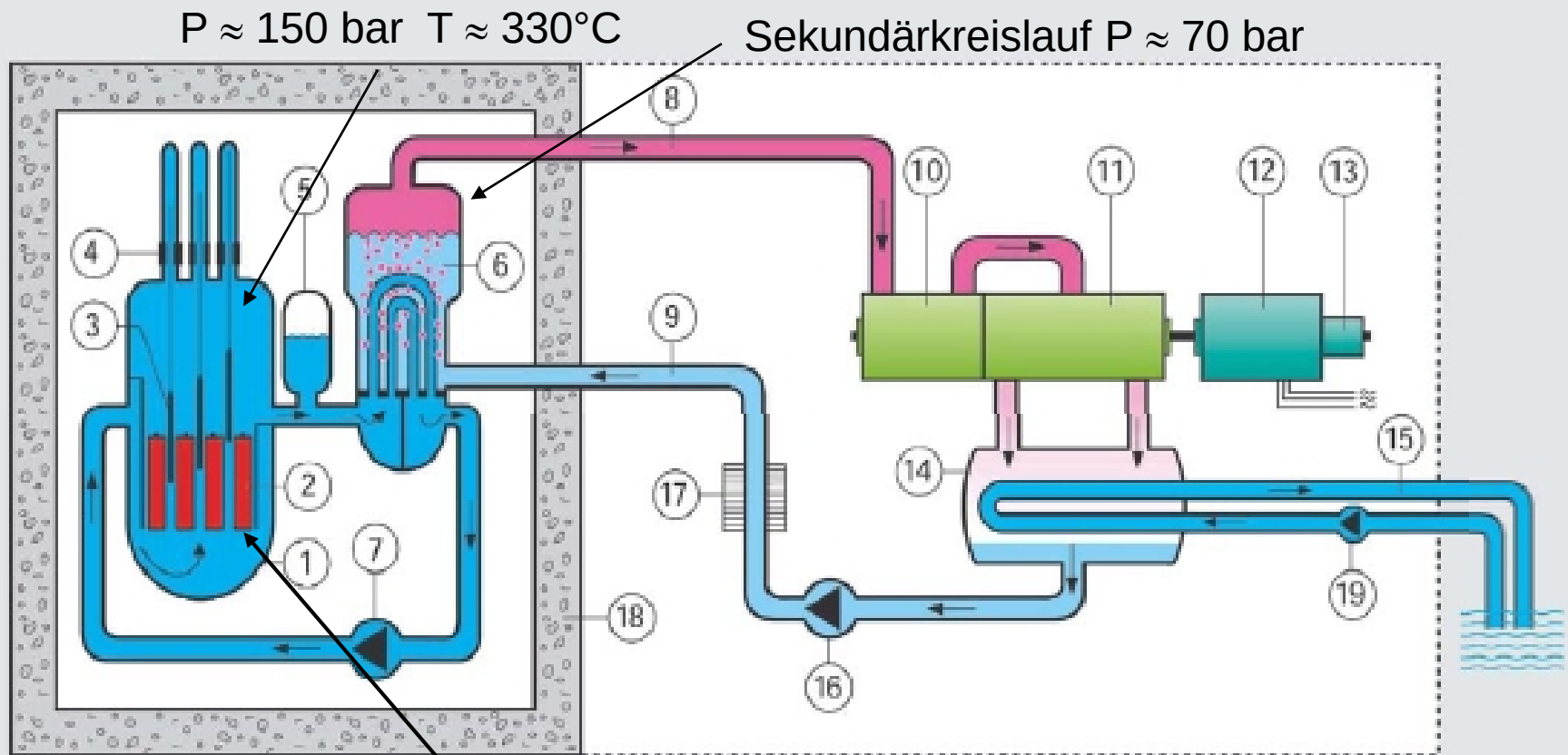
$$N(t) = N_0 \cdot \exp\left(\frac{k_{\text{eff}} - 1}{T} \cdot t\right)$$



Stationärer Betrieb eines Reaktors: $k_{\text{eff}} = 1$. exponentieller Anstieg:
A-Bombe

Selbstregelung bei Leichtwasser-Reaktoren (Moderator = H_2O):
Zuviel Wärme $\rightarrow$ Dampf Bildung $\rightarrow$ weniger Moderation $\rightarrow k_{\text{eff}} < 1$

Druckwasser-Reaktor (gängigster Reaktortyp)



1 Reaktordruckbehälter
2 Uranbrennelemente
3 Steuerstäbe
4 Steuerstabantriebe
5 Druckhalter

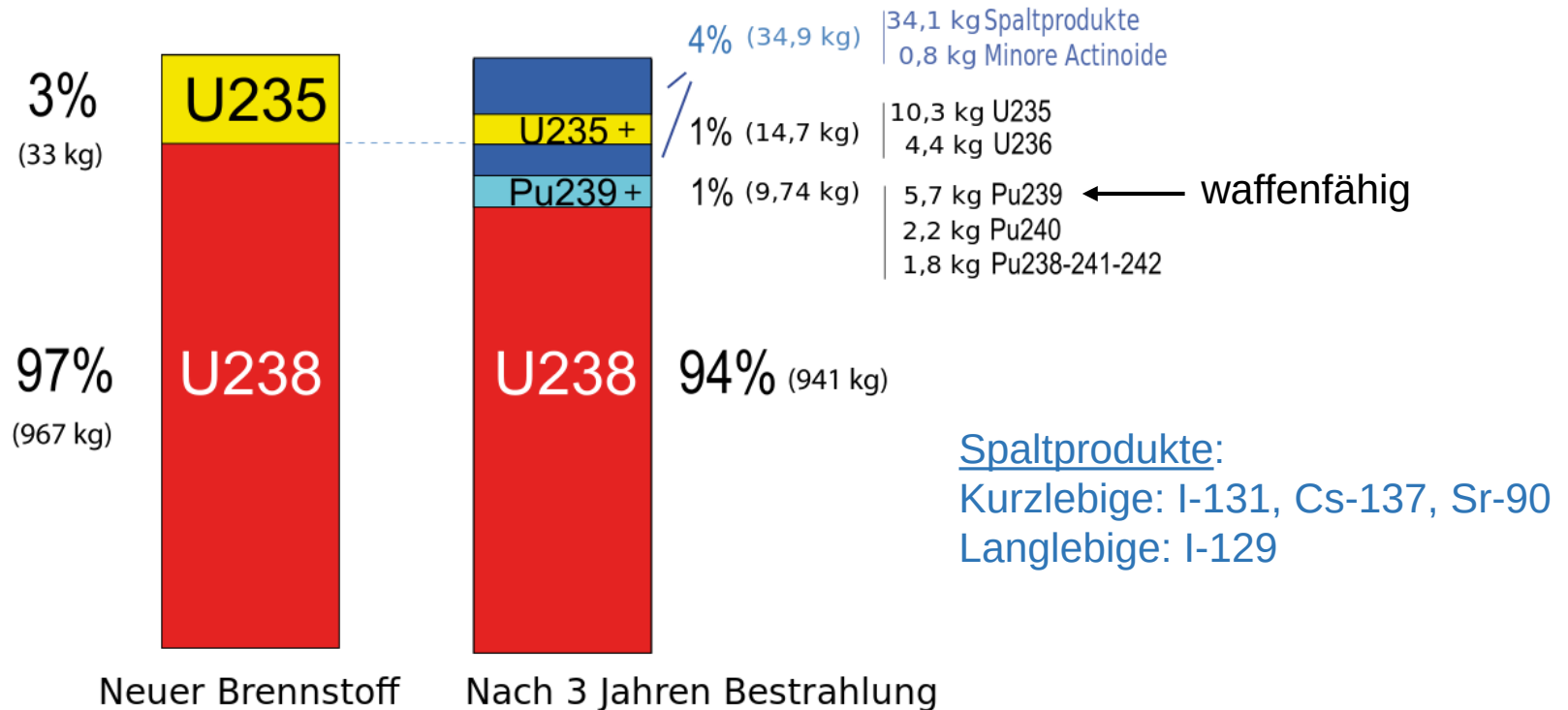
6 Dampferzeuger
7 Kühlmittelpumpe
8 Frischdampf
9 Speisewasser
10 Hochdruckteil
der Turbine

11 Niederdruckteil
der Turbine
12 Generator
13 Erregermaschine
14 Kondensator

15 Flusswasser
16 Speisewasserpumpe
17 Vorwärmanlage
18 Betonabschirmung
19 Kühlwasserpumpe

Typ. 100t angereichertes Uran (3.3%)

Radioaktiver Abbrand



Bei mittlerem Abbrand:

1 t angereichertes Uran → ~10 GWd an elektrischer Energie

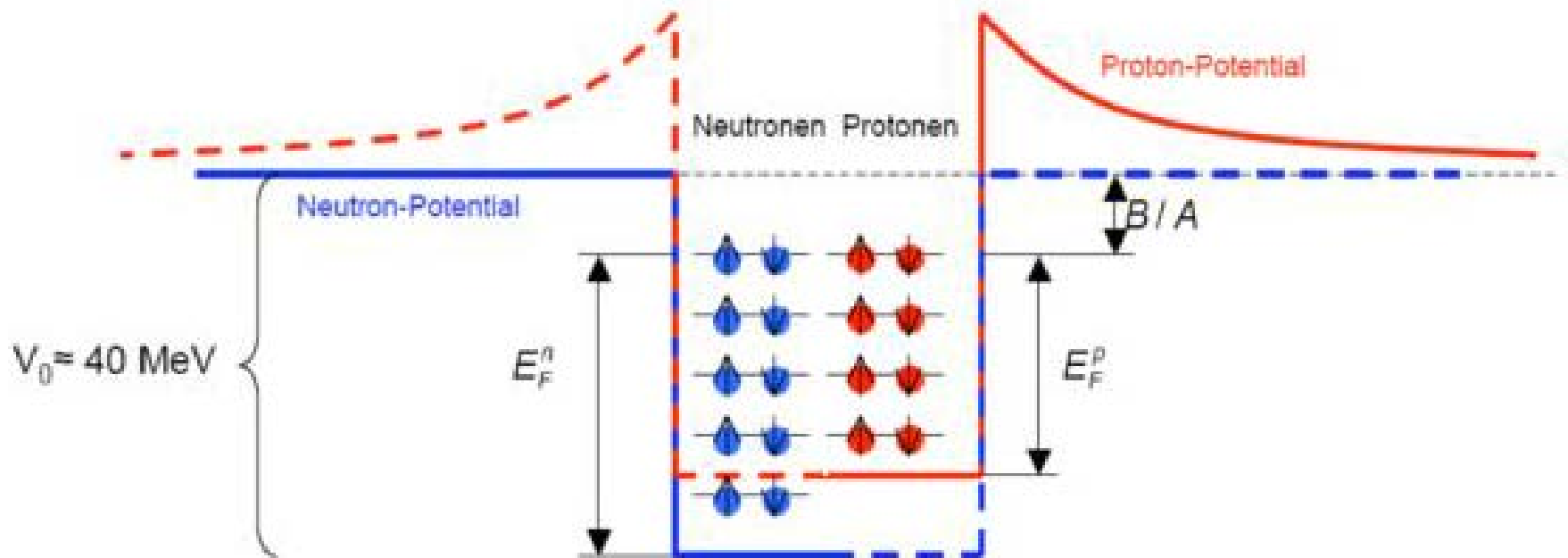
KKW mit 1 GW Leistung → 30 t angereichertes Uran / Jahr

Typischer Reaktor (1.3 GW) enthält etwa 100 t Uran.

Abb. IX.12 Fermi-Gas Modell

Nukleonen als unabhängige Teilchen in einem effektiven Potential beschrieben:

⇒ **Fermi-Gas:** Nukleonen können sich frei innerhalb einer Kugel mit Radius $R=1.2 A^{1/3} \text{ fm}$ frei bewegen.



- **Entartetes Fermi-Gas:** Kern-Temperatur so niedrig, dass Nukleonen alle im niedrigsten Energiezustand. Besetzung bis Energie E_F .

Abb. IX.13 Verschiedene Zentralpotentiale

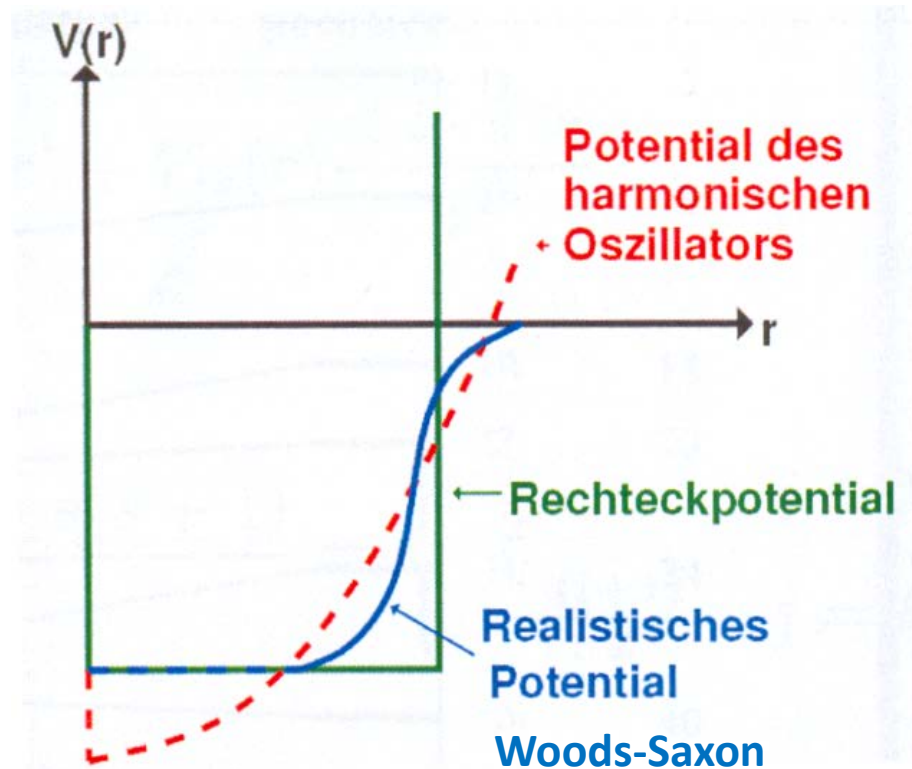


Abb. IX.14 Einteilchenzustände des harmon. Oszillators

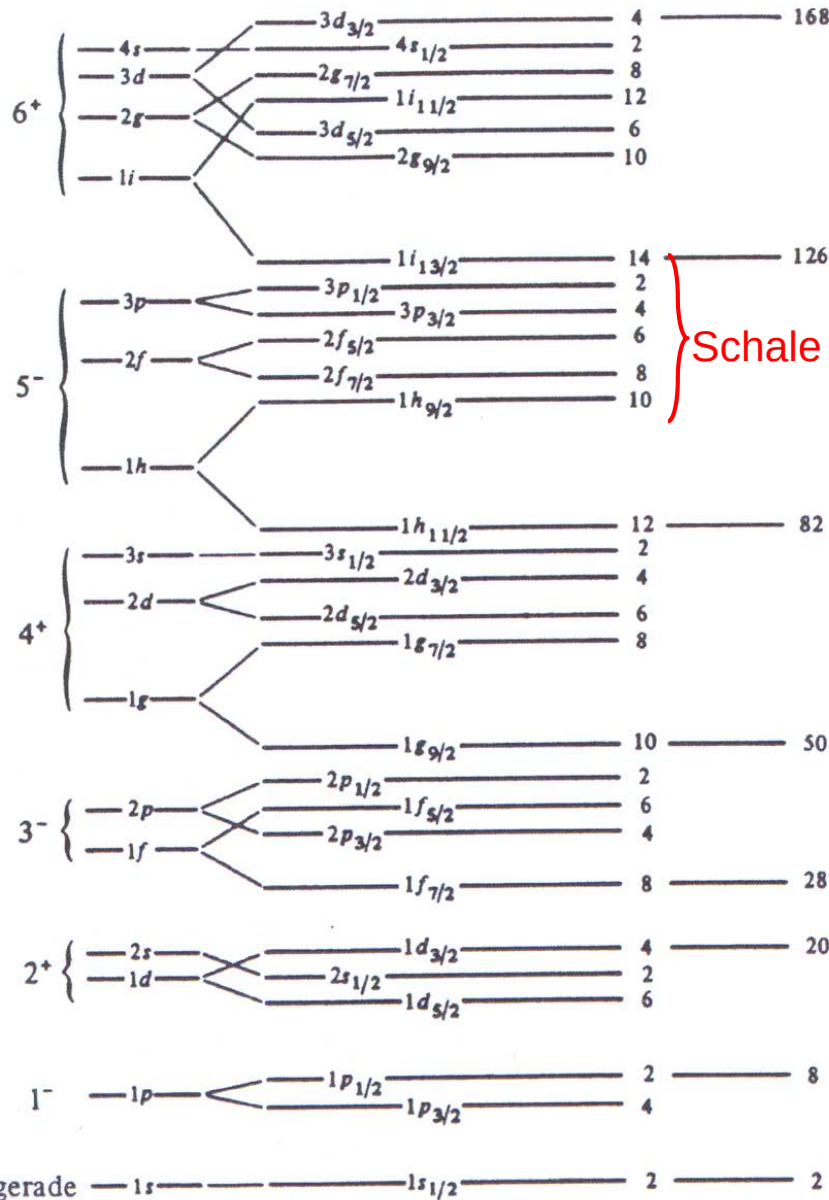
$$N = 2(n - 1) + \ell$$

nl	N	$2n + l - 2$	m_l -Entartung	mit Spin	Zustände mit E_N	Zustände $E \leq E_N$	Woods-Saxon
1s	0	$2 \cdot 1 + 0 - 2$	1	2	2	2	2
1p	1	$2 \cdot 1 + 1 - 2$	3	6	6	8	8
1d	2	$2 \cdot 1 + 2 - 2$	5	10			18
2s		$2 \cdot 2 + 0 - 2$	1	2	12	20	20
1f	3	$2 \cdot 1 + 3 - 2$	7	14			34
2p		$2 \cdot 2 + 1 - 2$	3	6	20	40	40
1g	4	$2 \cdot 1 + 4 - 2$	9	18			
2d		$2 \cdot 2 + 2 - 2$	5	10			
3s		$2 \cdot 3 + 0 - 2$	1	2	30	70	
1h	5	$2 \cdot 1 + 5 - 2$	11	22			
2f		$2 \cdot 2 + 3 - 2$	7	14			
3p		$2 \cdot 3 + 1 - 2$	3	6	42	112	

Magische Zahlen: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Abb. IX.15 Schalenmodell (Woods-Saxon Pot.)

Energieniveaus ohne Spinbahnkopplung



Energieniveaus mit Spinbahnkopplung

Einteilchenzustände



Erklärt magische Zahlen

Besetzungsregeln:

Besetze niedrigste freie Niveaus

Sättige Spins ab → Paarungsterm

Abb. IX.16 Vorhersagen des Schalenmodells

- a. In vollständig besetztem j-Niveau koppeln alle magn. Momente m_j der Nukleonen zu Null: Abgeschlossene n/p Niveaus haben Gesamtdrehimpuls 0.
- b. Für Kerne mit einem Nukleon außerhalb einer abgeschlossenen Unterschale: Spin und Parität des Kerns wird durch diese Nukleonen bestimmt.

Beispiel: $^{17}_8\text{O}_9$ Grundzustand: n in $1d_{5/2}$ Schale $\rightarrow J^P = \frac{5}{2}^+$

- d. Fehlendes Nukleon (Loch) in einer sonst abgeschlossenen Schale bestimmt ebenfalls Spin und Parität des Kerns:

Beispiel: $^{15}_8\text{O}_7$ Grundzustand: Loch in $1p_{1/2}$ Schale $\rightarrow J^P = \frac{1}{2}^-$

- e. Kern-Anregungszustände durch "Leucht-Nukleonen" gut beschrieben.

Beispiele:

Kern	Zustand	J^P
^{15}N	Proton in $1p_{1/2}$	$1/2^-$
^{15}O	Neutron in $1p_{1/2}$	$1/2^-$
^{17}O	Neutron in $1d_{5/2}$	$5/2^+$
^{17}F	Proton in $1d_{5/2}$	$5/2^+$

Abb. IX.17 γ -Strahlung

Angeregte Kernzustände (1 Nukleon in angeregtem Energiezustand) zerfallen unter Aussendung von elektromagnetischer Strahlung.

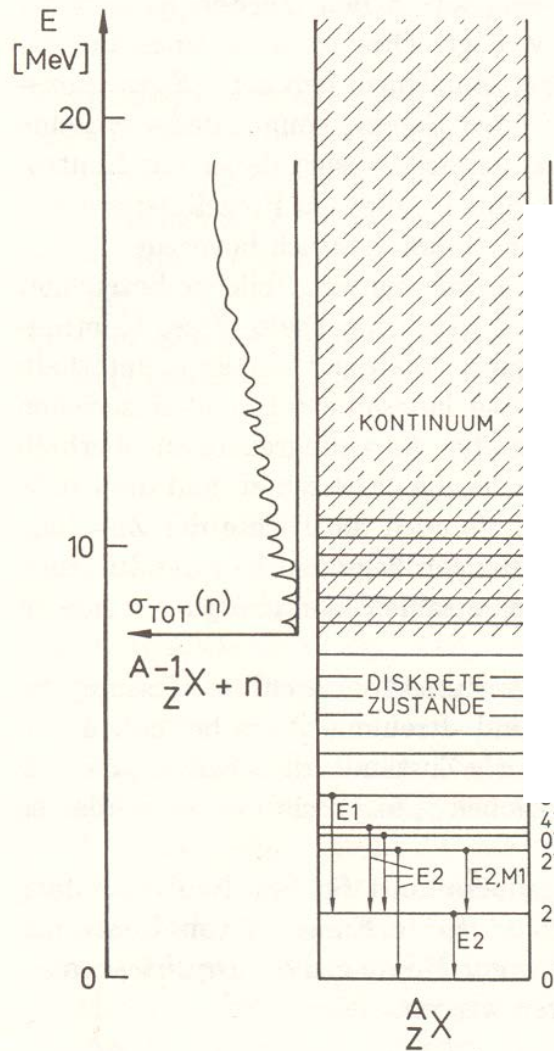
Multi- polarität	elektrisch			magnetisch		
	$E\ell$	$ \Delta J $	ΔP	$M\ell$	$ \Delta J $	ΔP
Dipol	E1	1	–	M1	1	+
Quadrupol	E2	2	+	M2	2	–
Oktupol	E3	3	–	M3	3	+
...	...	...	...	...	...	...

$$\Delta P = (-1)^\ell$$

$$\Delta P = (-1)^{\ell+1}$$

Welche Multipolbeiträge für einen spezifischen Übergang möglich sind, ergibt sich aus den Erhaltungssätzen für Gesamtdrehimpuls und Parität.

Abb. IX.18 Kontinuumszustände



Kontinuumszustände:

Bei Anregungsenergien oberhalb der typ. Bindungsenergien ($\sim 8\text{MeV}$) können Nukleonen – vorzugsweise Neutronen - emittiert werden.

Im Bereich oberhalb dieser Emissionsschwelle gibt es ebenfalls noch diskrete quasi-gebundene Zustände die Übergänge zu tieferen Niveaus erlauben.

Da die Lebensdauer dieser Zustände sehr kurz ist sind die Energieniveaus breit und überlappen miteinander $\rightarrow$ Ausbildung eines Kontinuums.