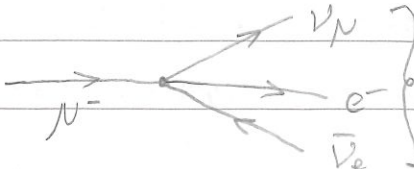


Studium der schwachen WW hat in der Vergangenheit zu einer Vielzahl unerwarteter Entdeckungen geföhrt: Neutrinos, W und Z-Bosonen, P, C und CP Verletzung. Es lohnt sich also, schwache Prozesse zu untersuchen.

1. W- und Z-Bosonen als Austausch-Teilchen der schwachen WW

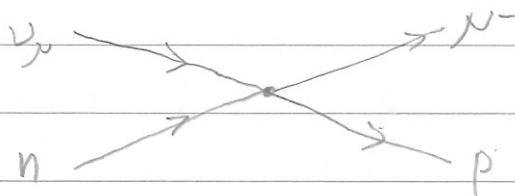
Eine erste Theorie zur Beschreibung der schw. WW, insbesondere des β -Zerfalls wurde in den 1930er Jahren von E. Fermi aufgestellt. Aufgrund einer scheinbaren Energieunabhängigkeit beschrieb Fermi die Wechselwirkung als 4-Pkt-WW, d. h. ohne den Austausch eines Bosons:

Bsp.: $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$



4-Pkt-WW gibt es im Standard-Modell als fundamentalen Prozess nicht

Diese Behandlung föhrt aber für die Neutrino-Nukleon Streuung zu einem $WQ \sim E_\nu$:



$\sigma \sim E_\nu \rightarrow$ verletzt Unitarität

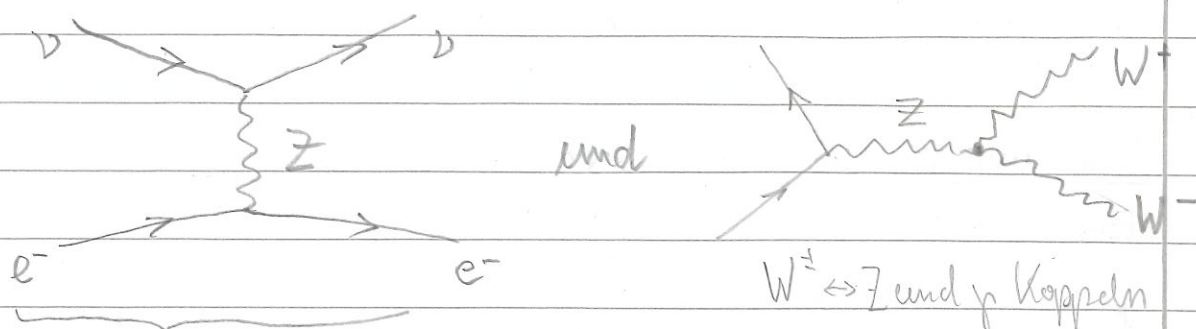
Um dieses Problem zu beheben werden nun SM massive Austausch-Teilchen $W^\pm$ eingeföhrt. Der Propagator

$$\frac{1}{q^2 - M_W^2 c^2}$$



bewirkt für kleine $q^2 \ll M_W^2 c^2$ (typ. Energien von β -Zerfällen) eine scheinbare Unabhängigkeit von q^2 . Für große q^2 -Werte dominiert die $1/q^2$ -Abhängigkeit und „repariert“ das Unitaritätsproblem der Neutrino-Streuung.

In der von Glashow, Salam & Weinberg entwickelten Theorie (= Standardmodell) muß aufgrund eines weiteren sehr ähnlichen Problems auch ein neutrales Z-Boson eingeführt werden. Damit sind dann folgende Prozesse möglich:



Dieser Prozess wurde 1973 am CERN nachgewiesen und stellt eine erste wichtige Bestätigung der sogenannten „Neutral current“ Prozesse dar.
(→ Nobelpreis für Glashow, Salam & Weinberg 1979) (Abb. VIII.1)

Die massiven W und Z-Bosonen wurden 1983 am CERN SPS (Super-Proton-Synchrotron), das auf Anregung von C. Rubbia als $p\bar{p}$ -Speicherring ($Sp\bar{p}S$) betrieben wurde, in den $p\bar{p}$ Kollisionen bei einer $p\bar{p}$ Schwerpunktsenergie $E_{\text{cms}} = 540 \text{ GeV}$ nachgewiesen und erstmals vermessen.

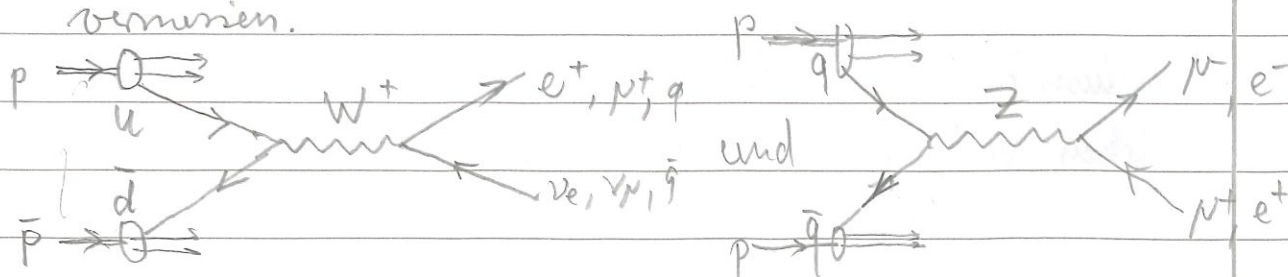


Abb. VIII.2 + 3:

Massenbestimmung: $M_W \approx 80 \text{ GeV}/c^2$, $M_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$

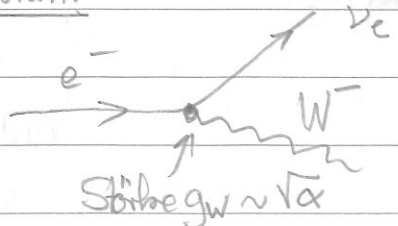
Die Vorhersage und der Nachweis dieser schweren Bosonen ist sicher einer der größten Erfolge des Standardmodells.
(→ Nobelpreise für C. Rubbia + S. v. d. Meer 1984)

2. Kopplungen der W und Z-Bosonen an Quarks + Leptonen

- Im β -Zerfall entstehen nur LH-Teilchen (RH-Antiteilchen):
W-Bosonen koppeln nur an LH (RH) Teilchen (Antiteilchen)
(Für masselose + hochrelativistische Teilchen: LH $\leftrightarrow \bar{p}$, RH $\leftrightarrow \bar{p}$)
→ Paritätsverletzung
- Z-Bosonen koppeln an LH und RH Teilchen, allerdings mit leicht unterschiedlicher Stärke (→ Paritätsverletzung)
- W-Bosonen "transportieren" Ladung und "schwachen" Isospin.
Sie wirken als "G_±-Operatoren" (Schiebeoperatoren) im schwachen Isospin-Raum.

Quarks und Leptonen werden deshalb in schwachen Isospin-Dubletts angeordnet ($I = \frac{1}{2}$, $I_3 = \pm \frac{1}{2}$). Für Leptonen:

Schw. Isospin Dublett $\begin{pmatrix} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow W^- \\ \downarrow W^+ \end{matrix}$

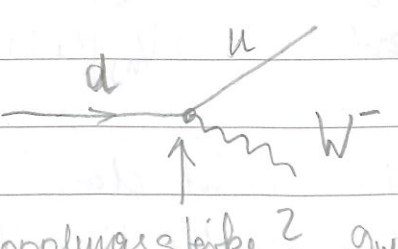


Stärke $g_w \sim \sqrt{\alpha}$

Die Kopplungsstärke g_w ist universell.

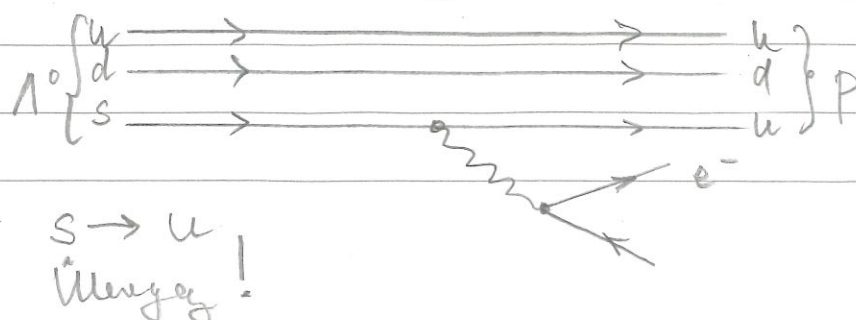
Für Quarks: ($I = \frac{1}{2}$, $I_3 = \pm \frac{1}{2}$).

Schwache Isospin Dublett $\begin{pmatrix} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{matrix} \downarrow W^+ \\ \uparrow W^- \end{matrix}$

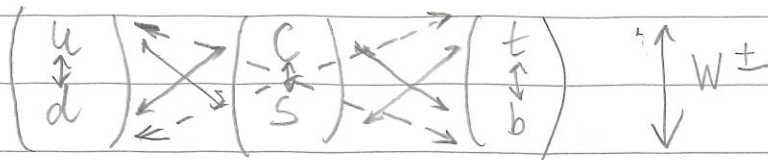


Kopplungsstärke? g_w ?
Im Prinzip wie bei Leptonen, aber...

Bsp: Strangenessverletzung im schwachen Übergang



Für Quarks gibt es auch Übergänge außerhalb des Isospin-Dubletts einer Familie;



d.h. die schwache Wechselwirkung ^(W±) mischt die Quarks verschiedener Quark-Dubletts miteinander. Die Mischung wird durch die sogenannte Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix beschrieben.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad \text{Matrix ist unitär } V_{CKM} V_{CKM}^\dagger = 1$$

Diese Matrix beschreibt die Kopplungsstärken für die jeweiligen Übergänge:

$$|A_{fi}|^2 \sim g_W^2 |V_{qq'}|^2$$

Diagonalelemente $O(1)$

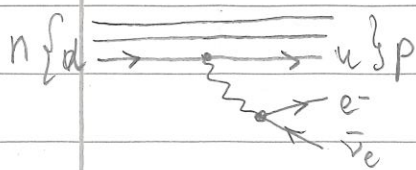
d.h. Übergang innerhalb Generation
~ wie bei Neutrinos: g_W

$$\begin{aligned} \text{Es gilt : } & |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1 \\ \text{bzw. : } & |V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} u \text{ Typ Quark} \rightarrow \sum d\text{-Typen} \\ d\text{-Typ Quark} \rightarrow \sum u\text{-Typen} \end{array} \right\}$$

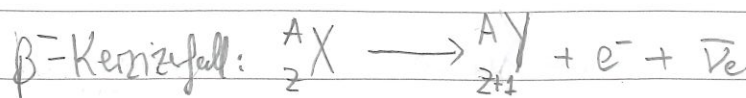
Man findet dass die CKM Matrix komplex ist:
das ist die Ursache für die beobachtete CP-Verletzung in schw. WW.

Abb VIII.4 : Matrixelemente CKM

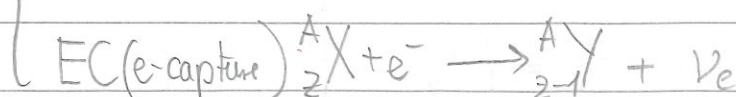
3. β -Zerfall



Prototype: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$



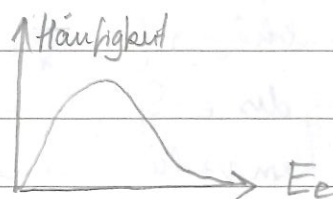
in Konkurrenz
zueinander



Neutrinos nicht beobachtet
2 oder 3-Teilchen endzustand?

Bereits in den 1930er Jahren wurde beobachtet, daß das β -Spektrum im Gegensatz zu Spektren von α -Teilchen für einen gegebenen Zerfall kontinuierlich ist, was sich mit einem 2-Teilchenendzustand (ohne ν) nicht erklären läßt.

Abb VII-5: β -Spektrum



Dieses Problem wurde durch das Neutrino-Postulat von W. Pauli (1930) gelöst: Das kontinuierliche β -Spektrum wird verständlich, wenn man annimmt, daß beim β -Zerfall ein leichtes neutrales Teilchen emittiert wird, so daß die Gesamtenergie des Elektrons und des Neutrinos konst. bleibt.

3.1 3-Teilchenphasenraum:

Fermi's Goldene Regel für Übergangsrate für β -Zerfall:

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |A_{fi}|^2 \rho_3(E_f)$$

$$A_{fi} = \langle f | H_W | i \rangle = \text{Übergangsmatrix-Element}$$

$$E_f = \text{freier werdende Energie } E_0 = E_e + E_\nu + E_{\text{Rückstoß}} \approx 0$$

= Q-Wert

Mit 3-Teilchen-Phasenraumfaktor (Zustandsdichte) $\rho_3(E_f)$:

$$\left[\rho_3(E_f) = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^6} \cdot \frac{d}{dE_0} \int p_e^2 dp_e d\Omega_e \int p_\nu^2 dp_\nu d\Omega_\nu \right]$$

findet man für masselose Neutrinos ($E_\nu = p_\nu c$):

$$d\rho_3 = \frac{d\Omega_e d\Omega_\nu}{(2\pi\hbar)^6 \cdot c} p_e^2 p_\nu^2 dp_e$$

und mit $p_\nu^2 = (E_0 - E_e)^2 / c^2$ ($E_{\text{rückstoß}} \ll 0$) folgt:

$$d\Gamma = d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^2 \hbar^7} \cdot |\hat{A}_{fi}|^2 p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \quad (*)$$

Die Übergansamplitude ist in sehr guter Näherung vom Impuls des Elektrons unabhängig ($\frac{1}{q^2 - M_W^2} \rightarrow \frac{1}{M_W^2}$ für $q^2 \rightarrow 0$). Man muß aber bei der Berechnung des e^- -Spektrums berücksichtigen, daß das e^- , sobald es den Kern verläßt dessen Coulomb-Potential spürt, was über die Coulomb-Korrektur $F(\pm, Z, E_e)$ zu einer Veränderung des Spektrums führt: $F = \text{Fermi-Funktion}$. $\uparrow$ $\pm$ = Vorzeichen des β -Teilchens

3.2 Lebensdauer:

modifizierter Phasenraum

$$\frac{\hbar}{\tau} = \Gamma = \int d\omega = \frac{1}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \cdot |\hat{A}_{fi}|^2 \int F(\pm, Z, E_e) p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e$$

$$(**) = m_e^5 c^7 \cdot f(Z, E_0);$$

$f = \text{dimensionslos}$

Mit $G_F(**)$ und Ausdruck(**):

$$f(Z, E_0) \cdot \tau = \frac{2\pi^3}{|\hat{A}_{fi}|^2} \cdot \frac{\hbar^8}{m_e^5 c^4}$$

(Kernmatrixelement)

Für kleine Z und große E_0 : $F \approx 1$

$$\Rightarrow ** = \frac{1}{30c^3} \cdot E_0^5$$

Die Werte $f(E_0)\tau$ bzw. $f(E_0)t_{1/2}$ sind tabelliert (reduzierte Halbwertszeit).

Bsp: $n \rightarrow p$ $E_0 = 0,782 \text{ MeV}$ $t_{1/2} = 1100 \text{ s}$ (statt $600 \text{ s} = t_{1/2}$)

Bem: Die $f\tau$ -Werte variieren von 10^3 s bis zu 10^{22} s (10^9 a) $\rightarrow$ häufig $\log f\tau$ angegeben

Für große Energien und kleine Z ($F \approx 1$) und $(**) = \frac{1}{30c^3} \cdot E_0^5$;
findet man:

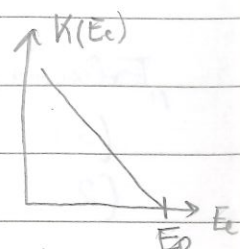
$$\begin{array}{l} \tau \sim \frac{1}{E_0^5} \\ \text{bzw.} \quad \Gamma \sim E_0^5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \tau \sim \frac{1}{E_0^5} \\ \Gamma \sim E_0^5 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{diese Abhängigkeit wird in} \\ \text{Lit. auch als Sargent Regel} \\ \text{bezeichnet.} \\ \text{(gilt auch für andere schw. Zerfälle)} \end{array}$$

3.3 Kurie-Plot und Endpunkt

Aus der Formel für $d\Gamma$ (*) findet man:

$$K(E_e) = \underbrace{\left(\frac{d\Gamma}{p_e^2 dp_e} \right)^{1/2}}_{\approx \sqrt{E_e} dE_e} = G \cdot \sqrt{|A_{fi}|^2} \cdot (E_0 - E_e)$$

$\Rightarrow$ Kurie-Plot: Abb. VII. 6



Diese lineare Abhängigkeit wird als Kurie-Plot bezeichnet

Für massive Neutrinos mit Massen m_ν ändert sich in der Nähe des Endpunktes $E_e \approx E_0$ der Verlauf des Elektronenspektrums, was bei Messung des Spektrums eine Bestimmung der Neutrinomasse ermöglicht: KATRIN-Experiment (Abb. 6a, 7a, 7a-c) (Sensitivität $\approx 0,2 - 0,3$ eV)

Aus früheren Experimenten (Mainz): $m_{\bar{\nu}_e} < 3$ eV

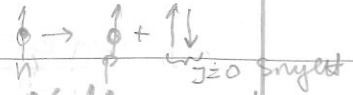
3.4. Auswahlregeln für Kern- β -Zerfälle

Neutrino und Elektron werden i.d. Regel mit Bahndrehimpuls $l=0$ produziert.* (erlaubte Zerfälle). Zerfälle bei denen die Bahndrehimpuls $l=1$ tragen sind unterdrückt ($\sim 10^{-3} - 10^{-4}$) und werden als "verboten" bezeichnet. ($\log ft = 6 \dots 15$). Doppelt verbotene Zerfälle $l=2$: $\log ft = 11 \dots 18$) Bei $l=0$ (erlaubten Zerfällen) ändert sich die Parität der Kernwellenfunkt. $\Delta P=0$ nicht. $l=1$ (verbotene Zerfälle) korrespondieren zu $\Delta P=1$.

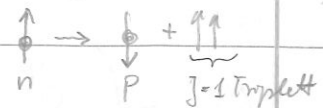
* Im Schwerpunktsystem $\hat{=}$ Schwerpunktsystem des Kerns falls Rückstoß vernachlässigbar.

Man unterscheidet 2-Arten von Übergängen:

(1) Fermi-Übergänge: Der Spin des Quarks und damit des Nukleons bleibt erhalten. Spinänderung des Korns: $\Delta J = 0$



(2) Gamov-Teller-Übergänge: Spin des Quarks und des Nukleons werden geflippt $\Rightarrow$ Spinänderung des Korns: $\Delta J = 0, \pm 1$ ($0 \rightarrow 0$ verboten)



"Erlaubte β -Zerfälle" mit $l=0$ (Auswahlregel):

(1) $\Delta P = 0$ $\Delta J = 0$ (Fermi-Übergänge)

(2) $\Delta P = 0$ $\Delta J = 0, \pm 1$ (Gamov-Teller Übergang)

Bei entsprechend stärker Verdrückten, "verbotenen" Zerfällen $\Rightarrow \Delta P = \pm 1$
 $l=1$

"Super erlaubte" β -Zerfälle:

Kernmatrix-Element ist maximal wenn die Wellenfkt des entstehenden Protons die gleiche Wellenfkt hat wie das zerfallene Neutron. Das ist der Fall, wenn Ursprungskern und entstehender Kern zu einem "starken Isospin" Multiplett gehören. (ft Wert $\rightarrow$ ft Wert des freien Neutrons).

Bsp: $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$ (wird erst mit Schalenmodell klar)

Die Auswahlregeln zusammen mit der starken Phasenraumabhängigkeit des β -Zerfalls $\tau \sim 1/E_0^5$ führt zu dem sehr großen Bruch an möglichen ft-Werten.

IX Kerne, Kernmodelle und Kernzerfälle

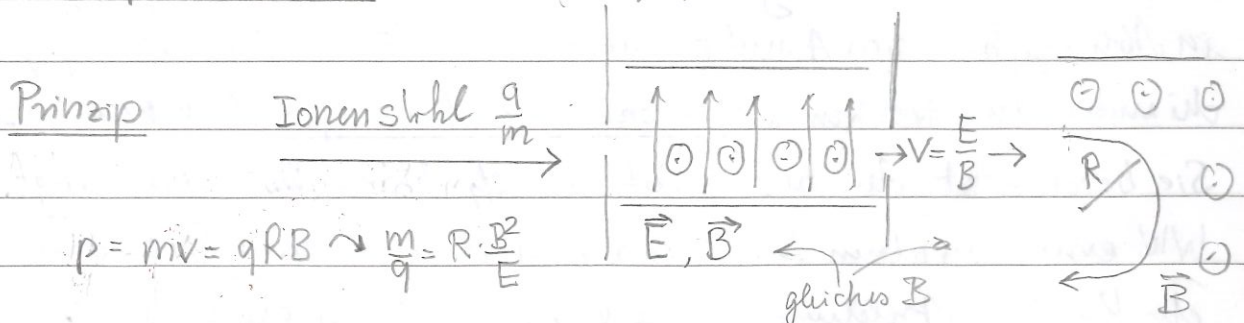
Beschreibung der Kerne im Rahmen der starken WW ist schwierig.

Vielteilchensystem, $\propto R^3$ groß. Zur Beschreibung der Nukleon-Nukleon WW werden deshalb häufig effektive WW (z.B. Austausch von π) benutzt. Die Bindung der Nukleonen in Atomkernen wird durch phänomenologische Modelle beschrieben.

1. Massenspektrometrie und Bindungsenergie

Zur Bestimmung der Bindungsenergie von Kernen werden deren Massen sehr präzise vermessen: Bindungsenergie = Massendefizit im Vgl. zur Masse der ungebundenen Nukleonen.

Massenspektrometrie: Abb. IX. 1, 2, 3



Zur Präzisionsbestimmung von Kernmassen kommen heute Penning-Fallen und auch Speicherringe zum Einsatz.

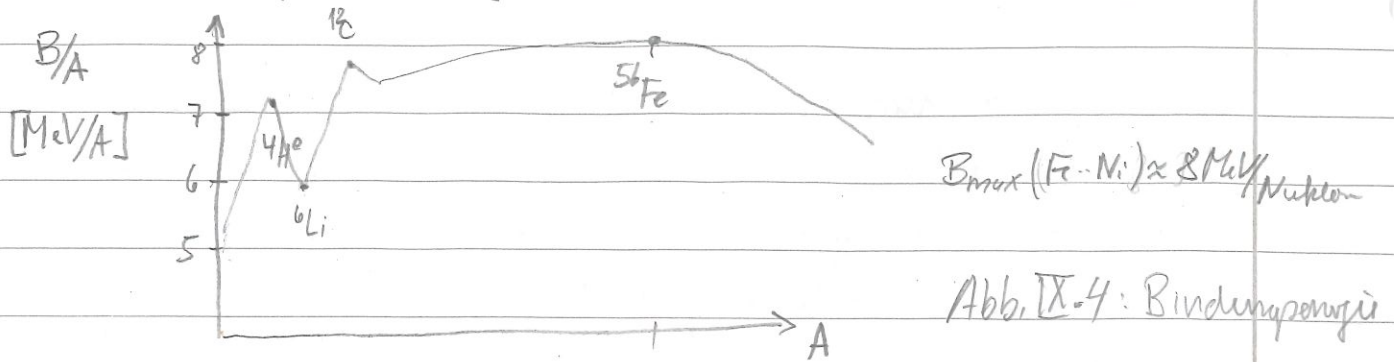
In beiden Fällen wird die Zyklotronfrequenz des Ions in einem bekannten B-Feld bestimmt. (Abb IX. 1, 2, 3): $\omega_c = \frac{q}{m} B$

Bindungsenergie = Massendefizit der Kerne:

$$B(A, Z) = [Z \cdot m_p + (A - Z) m_n - M(A, Z)] / c^2$$

Experimentell wird die Ionenmasse (Kern + Elektronen) bestimmt. Man muß auch die Elektronenmasse und deren Bindungsenergie berücksichtigen.

Für die Bindungsenergie findet man die folgende Abhängigkeit von A :



Die max. Bindungsenergie für $A \approx 60$ (Fe und Ni Isotope)

Für Kerne mit $A \gg 60$ kann durch die Spaltung in leichtere Bestandteile Energie gewonnen werden. Für $A \ll 60$ kann durch Fusion 2 Kerne in einen schwereren Kern Energie gewonnen werden.

2. Tröpfchenmodell und Massenformel

Eine erste Parametrisierung der Kernmassen bzw. der Bindungsenergie in Abhängigkeit von A und Z wurde von C. F. v. Weizsäcker gegeben, die unter dem Namen Weizsäcker'sche Massenformel bekannt ist.

Sie beschreibt den beschriebt die effektive kernreichweitige WW eines einzelnen Nukleons mit allen anderen Nukleonen des Korns in Analogie der WW der Atome in einem Wassertropfen.

Sie basiert auf der Annahme konst. Dichte des Korns ($\text{Vol} \sim A$) und der Tatsache daß $B/A \approx \text{const}$ für große A :

$$B(A, Z) = a_v \cdot A - a_o \cdot A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta/A^{1/2}$$

wobei die einzelnen Terme die folgende Bedeutung haben:

Volumenbeitrag $a_v \cdot A$: Jedes Nukleon liefert einen Beitrag zu B

Oberflächen effekt $-a_o A^{2/3}$: Nukleonen an Oberfläche $\sim A^{2/3}$ weniger stark gebunden

Coulomb-Abstoßung $-a_c \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}}$: Effekt $\sim Z^2$ und $\sim 1/\text{mittleren Radius}$
 $\sim 1/A^{1/3}$

Asymmetrie-Term $-a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$: bei leichten Kernen sind Kern mit $N \approx Z$ stabiler, bei schweren Kernen auch solche mit $N > Z$

Paarungsterm $\delta/A^{1/2}$: Gerade Anzahl von p oder n erhöhen die Kernstabilität

$$\delta = \begin{cases} +11.2 \text{ MeV} & Z, N \text{ gerade: } gg\text{-Kerne} \\ 0 \text{ MeV} & Z \text{ od. } N \text{ gerade: } ug\text{-Kerne} \\ -11.2 \text{ MeV} & Z, N \text{ ungerade: } uu\text{-Kerne} \end{cases}$$

Man findet empirisch:

$$a_v \approx 15.67 \text{ MeV}$$

$$a_0 \approx 17.23 \text{ MeV}$$

(S.a. Povh)

Abb. IX.5

$$a_c \approx 0.71 \text{ MeV}$$

Bethe-Weizsäcker Formel

$$a_{\text{sym}} \approx 23.3 \text{ MeV}$$

Die Massenformel erlaubt die Berechnung des Q-Wertes von Kern-Prozessen: α , β -Zerfälle, Kernspaltung und Kernfusion.

$$M(A, Z) = (A-Z)m_n + Z \cdot m_p - B(A, Z) + Zm_e - B(\text{Elektronen})$$

falls $M(A, Z)$ Atommasse und nicht Kernmasse