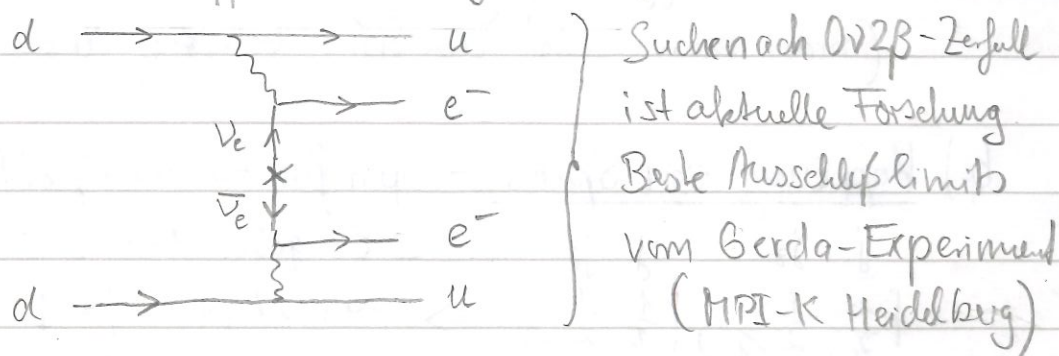


Bem.: Im Falle von Neutrinos ist unklar ob sie tatsächlich sogenannte Dirac-Teilchen sind, oder ob sie sogar Majorana-Teilchen sind. Majorana-Teilchen:

Teilchen = eigenes Anti-Teilchen.

Existenz von Majorana-Teilchen wäre Leptonzahl verletzend. Ob ein Teilchen Dirac oder Majorana Teilchen ist (überhaupt nur für neutrale Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen möglich) hängt von der Art ab, wie die Masse erzeugt wird.

Experimentelle Signatur für Majorana-Neutrinos =
neutrinoloser Doppel beta-Zerfall = Leptonzahlverletzung



c. Baryonenzahl-erhaltung: ($\tilde{B}$) Baryonenzahl $\tilde{B} = \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{3}$
 $n_q, n_{\bar{q}}$ = Zahl (Anti)-Quarks

Baryonen: $p, n, \Lambda, \Delta \rightarrow \tilde{B} = +1$

Anti-Baryonen: $\bar{p}, \bar{n}, \bar{\Lambda}, \bar{\Delta} \rightarrow \tilde{B} = -1$



Es existiert kein zwingender theoretischer Grund: Obwohl in GUT-Theorien (Grand Unified Theories) Baryonenzahl Verletzung möglich ist (auch 2β in Theorien mit Leptoquarks), läßt das Standardmodell keine $\tilde{B}$ Verletzung zu.

Experimenteller Test durch Suche nach Protonzerfall: $p \rightarrow \pi^0 + e^+$

Bisheriges Limit für diesen Zerfall (Proton-Lebensdauer):

$> 10^{32}$ Jahre (Aktu. Uniersuch. 13.10.97)

3.2 Phasenhf. in zwei Dimensionen: (Konzept der Isospin-Symmetrie)

a) Spin für nicht relativistische Elektronen:

Beschrieben durch 2-dim. Spinor: $\psi_e = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \psi_0$

Ohne ein äußeres Magnetfeld ist Spin nicht beobachtbar, und das System ist invariant unter 2-dim Tff. im Spinraum:

$$\psi_e \rightarrow \psi'_e = \hat{U} \psi_e = \hat{U} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \psi_0$$

mit dem Operator $\hat{U}$ (2x2 Matrix):

$$\hat{U} = \exp(i \vec{\alpha} \cdot \vec{\sigma}) \quad \text{wobei } \vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) = \text{Pauli-Matrizen}$$

(man kann also den Spin beliebig ändern)

b) Kopplung von Spins - Spin für zusammengesetzte Systeme

z.B. gebundenes e^+e^- = Positronium

$$\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_1 \otimes \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_2 \Rightarrow \text{Gesamtspin } J=1 \text{ (Triplet)} \text{ Zustände}$$

$$J=0 \text{ (Singlet)}$$

$$J=1 \quad \begin{cases} J_z=1 & |1 \ 1\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle \\ J_z=0 & |1 \ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right) \\ J_z=-1 & |1 \ -1\rangle = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle \end{cases}$$

$$J=0 \quad J_z=0 \quad |0 \ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right)$$

$$|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$$

Symmetrisch (Triplets) und antisymmetr. (Singlet): $1 \leftrightarrow 2$

Bem: Allgemein kann man 2 Teilchen mit Spin (j_1, m_1) und (j_2, m_2) zu einem Gesamtdrehimpuls (J, M) koppeln:

$$|J, M, j_1, j_2\rangle = \sum_{\substack{m_1, m_2 \\ m_1 + m_2 = M}} |j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle \cdot \underbrace{\langle j_1, m_1, j_2, m_2 | J, M, j_1, j_2 \rangle}_{\text{Clebsch-Gordan Koeffizienten}}$$

C. Verallgemeinerter Spin - Isospin (kurz: starker Isospin)

"Starker" Isospin ist ein historisches Konzept (heute durch die Quark flavor-Quantenzahl ersetzt) das 1932 von Heisenberg vorgeschlagen wurde: Proton und Neutron erscheinen für die starke Wechselwirkung als gleiches Teilchen (Nukleon) mit 2 verschiedenen Zuständen zwischen denen die WW nicht unterscheidet. Konzept macht nur Sinn, wenn man die e.m. WW ignoriert und man für p und n gleiche Massen annimmt (verhältnismäßig gut erfüllt).

→ Starke WW ist invariant gegenüber T-f. im 2-dim Isospin-Raum:

$$\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \text{ mit } |p\rangle = |I=\frac{1}{2}, I_3=+\frac{1}{2}\rangle$$

$$|n\rangle = |I=\frac{1}{2}, I_3=-\frac{1}{2}\rangle$$

Invarianz heißt, daß die starke WW den Isospin erhält (Additiv)

Ähnlich zu (p,n) kann man die 3 Pionen ($\pi^\pm, \pi^0$) als Zustände eines $I=1$ Isospin-Triplett auffassen:

$$\pi: \begin{cases} \pi^+ : |I=1, I_3=+1\rangle \\ \pi^0 : |I=1, I_3=0\rangle \\ \pi^- : |I=1, I_3=-1\rangle \end{cases}$$

Gibt es auch ein $I=0$ Isospin-Singlett?

$I=0: \eta : |I=0, I_3=0\rangle$

Zwischen Ladung, Isospin (I_3) und Baryonenzahl existiert folgende Beziehung:

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{\tilde{B}}{2}$$

$$\tilde{B} = \frac{n_q - n_{\bar{q}}}{3} = \text{Baryonzahl}$$

Unter Berücksichtigung von Strangeness S (S. Abschnitt f)

$$\frac{Q}{e} = I_3 + \frac{\tilde{B}}{2} + \frac{S}{2}$$

$$= I_3 + \frac{Y}{2}$$

$\tilde{B} + S$ wird häufig als Hyperladung bezeichnet Y.

d) Iso spin für zusammengesetzte Systeme (Isospin-Kopplung)
Kopplung wäre bei Spin.

Beispiel: 2-Nukleonensystem

$$I=1 \quad \begin{cases} I_3=1 \quad |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = |p\rangle |p\rangle \\ \text{Triplett} \quad \begin{cases} I_3=0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|p\rangle |n\rangle + |n\rangle |p\rangle) \\ I_3=-1 \quad |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle = |n\rangle |n\rangle \end{cases} \end{cases}$$

$$I=0 \quad \begin{cases} I_3=0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle - |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|p\rangle |n\rangle - |n\rangle |p\rangle) \\ \text{Singlett} \end{cases}$$

Totale Wellenfunkt eines 2-Nukleonen (= Fermionen)-Zustandes:

$$\Psi_{\text{tot}} = \phi_{\text{Raum}} \alpha_{\text{Spin}} \cdot \chi_{\text{Isospin}}$$

muß antisymmetrisch gegen Vertauschung von 1 $\leftrightarrow$ 2 sein!

Bsp: Deuteron $d = |pn\rangle$ mit $J=1$; rel. Drehimpuls $\ell=0$
(Grundzustand)

ϕ_{Raum} : Symmetrisch, wg $\ell=0$

α_{Spin} : Symmetrisch, wg $J=1$

$\rightarrow \chi_{\text{Iso}}$: anti-sym. $\Rightarrow d = |I=0 \ I_3=0\rangle$ Zustand!

e.) Isospinerhaltung in starken WW:

$$(1) \quad \begin{array}{ccc} p + p & \rightarrow & d^+ + \pi^+ \\ I \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} & & 0 \quad 1 \\ I_3 \quad +\frac{1}{2} \quad +\frac{1}{2} & & 0 \quad +1 \end{array}$$

Im Falle des (p, n)
Streuung kann
das System im Zustand
 $I=0 \ I_3=0$ oder

$$(2) \quad \begin{array}{ccc} p + n & \rightarrow & d^+ + \pi^0 \\ I \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} & & 0 \quad 1 \\ I_3 \quad +\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} & & 0 \quad 0 \end{array}$$

$I=1 \ I_3=0$ sein

Wegen Isospinerhaltung
in starken WW fragt bei

(2) nur die Komponente $I=1 \ I_3=0$

(50%) bei

$$\sigma_2 / \sigma_1 = \frac{1}{2}$$

Bem. zu Atomkernen (Z, A):

$$N = A - Z$$

$$I_3 = Z \cdot \frac{1}{2} - N \frac{1}{2} = Z - \frac{1}{2} A$$

Isospin-Vektoren koppeln

$\Rightarrow I_3$ gegeben aus Z, N .

$$\rightarrow I: \frac{1}{2} |Z - N| \leq I \leq \frac{1}{2} |Z + N| \quad (\text{Dreiecksbedingung})$$

f.) Strangeness S und S-Erhaltung in starker WW

Strangeness wurde als zusätzliche QZ eingeführt nachdem Teilchen entdeckt wurden, die eine lange Lebensdauer haben und einen sehr charakteristischen Zerfall aufweisen.

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^- \quad \text{"V-Signatur"}$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad \text{"V-Signatur"}$$

$$K^0 \quad K^+ \quad K^- \quad \Lambda \quad \bar{\Lambda}$$

$$S \quad +1 \quad +1 \quad -1 \quad -1 \quad +1$$

(heute wissen wir daß diese Teilchen ein $\bar{s}$ ($S=+1$) bzw. s -Quark ($S=-1$) enthalten)

Strangeness ist wie Isospin in starker WW erhalten.

Bsp: ^{Strangeness} Assoziierte Produktion

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^+$$

$$S \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad +1$$

in starker WW wird zu jedem Strange ein Antistrange Teilchen erzeugt.

Sowohl Isospin als auch Strangeness sind in der schwachen Wechselwirkung verletzt ($u \rightarrow d$ oder $s \rightarrow u$)

Quark level

Heute benutzt man statt des Isospins die Quarkflavourzahl (u, d, s, c, b), die in der starken WW ebenfalls erhalten sind, aber in schwacher WW verletzt sind (s.o.)

4. Diskrete Transformationen - Multiplikative QZ

Im folgenden werden diskrete Transformationen behandelt die Operatoren $\hat{U}_D$ entsprechen für die gilt

$$\hat{U}_D^2 = 1 \quad (2 \text{ mal angewandt} \rightarrow 1)$$

d.h. diese Operatoren sind unitär und hermitisch und führen zu beobachtbaren QZ. Invarianz unter $\hat{U}$:

$$[H, U_D] = 0$$

führt zu einem multiplikativen Erhaltungssatz bei dem das Produkt der QZ invariant ist:

$$\begin{aligned} \hat{U}_D |\psi_a\rangle &= U_a |\psi_a\rangle \rightarrow 2 \text{ Teilchensystem } \hat{U}_D |\psi_a \psi_b\rangle = |U_a \psi_a U_b \psi_b\rangle \\ &= U_a \cdot U_b |\psi_a \psi_b\rangle \end{aligned}$$

4.1 Paritätsoperation "Raumspiegelung"

Paritätsoperation (Raumspiegelung) P ändert das Vorzeichen von Vektoren: $\vec{x} \xrightarrow{P} -\vec{x}$ $\vec{p} \xrightarrow{P} -\vec{p}$, läßt aber Axialvektoren invariant:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \xrightarrow{P} \vec{L} = -\vec{r} \times -\vec{p} = +\vec{r} \times \vec{p}$$

Paritätsoperator ist ein Beispiel für eine diskrete Trf $\hat{U}_D$:

$$\psi(\vec{r}) = \hat{P} \psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

Man findet $\hat{P} \psi(\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r})$ und mit $\hat{P}^2 = 1$ folgt

$$\eta_P = \pm 1 \quad \begin{cases} \eta_P = +1 \Leftrightarrow \text{grade Parität} \\ \eta_P = -1 \Leftrightarrow \text{ungerade Parität} \end{cases}$$

Bsp aus Atomphysik: Elektr. Dipolübergang mit Emission eines Photons,

$$A^* \rightarrow A + \gamma \quad \text{Auswahlregel: } \Delta l = \pm 1$$

$$\eta_P(A^*) = \eta_P(A) \cdot \eta_P(\gamma)$$

Wg. Auswahlregel folgt: $\eta_P(A^*) = (-1) \eta_P(A) \Rightarrow \eta_P(\gamma) = -1$

Analog zu Wellenfunktion der Atomphysik sind auch Kernzustände und auch Elementarteilchen Eigenzustände des Paritätsoperators. Die Parität eines Elementarteilchens bezeichnet man als innere Parität.

Wie sich herausstellt lässt sich die relative Parität zweier Systeme / Teilchen aber nur messen, wenn die Systeme die gleichen additiven QZ besitzen. Ansonsten existiert eine nicht auflösbare Ambiguität. Man definiert deshalb:

$$P(p) = P(n) = P(\Lambda) = P(\Lambda_c) = P(\Lambda_B) = +1$$

Unter der Annahme der Paritätserhaltung kann dann die Parität aller anderen Teilchen ermittelt werden. So ist die Eigenparität eines zerfallenden Teilchens $T \rightarrow 1+2$ gegeben durch:

$$\eta_P(T) = \eta_P(1) \cdot \eta_P(2) \cdot (-1)^L$$

L = relativer Drehimpuls zw. 1 und 2

Spin und Eigenparität von Teilchen werden häufig zusammen mit J^P angegeben:

$$J^P(\pi^\pm) = 0^- \quad J^P(\pi^0) = 0^- \quad J^P(p) = J^P(n) = \frac{1}{2}^+$$

Die Parität ist in der e.m. und in der starken WW erhalten (die entsprechenden Lagrangedichten sind invariant unter P). Die schwache WW verletzt die Parität maximal (s. auch Abschnitt 4.4)

4.2 C-Parität oder Ladungskonjugation

88

C-Parität oder Ladungskonjugation kehrt das Vorzeichen aller generalisierten Ladungen ($Q_{el}, L_{ep}, \tilde{B}, S, \dots$) $\Rightarrow$ Anti-Teilchen

$$\Rightarrow C|\text{Teilchen}\rangle = \eta_c |\text{Antiteilchen}\rangle \quad (\text{kein Eigenzustand})$$

$\leftarrow$ bel. Phase

$\Rightarrow$ Nur Teilchen, die ihr eigenes Anti-Teilchen sind, sind Eigenzustände des C-Operators. Wg. $C^2 = 1$ muß für diese Teilchen $\eta_c = \pm 1$ sein.

Bsp: $C|\gamma\rangle = -1|\gamma\rangle \leftarrow \eta_c(\gamma) = -1$ weil sich unter C die Vorzeichen der $\vec{E}$ und $\vec{B}$ -Felder umkehren!!

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$$
$$C = +1 = (-1)(-1)$$

Die starke und die elektromagn. WW sind invariant unter C, d.h. die C-Parität ist in der e.m. + starken WW erhalten.
Die schwache WW verletzt die C-Parität maximal.

Bsp: C-Erhaltung in e.m. WW

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ würde C-Parität verletzen

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow 3\gamma) / \Gamma(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) < 3,1 \cdot 10^{-8}$$

(Test der C-Erhaltung in e.m. WW)

4.3 Zeitumkehrinvarianz T

89

Im Gegensatz zu P und C ist T nicht unitar und es ist keine Erhaltungsgröße damit verknüpft. Trotzdem ist die Invarianz unter Zeitumkehr eine wichtige Symmetrie in der subatomaren Physik.

Formale Definition von T: $t \xrightarrow{T} -t$ $\vec{x} \xrightarrow{T} \vec{x}$
Impuls und Drehimpuls ändern somit ihr Vorzeichen:

$$\begin{aligned} \vec{p} &\xrightarrow{T} -\vec{p} & \vec{L} &\xrightarrow{T} -\vec{L} \\ (\vec{E} &\xrightarrow{T} \vec{E} & \vec{B} &\xrightarrow{T} -\vec{B}) \end{aligned}$$

In der Quantenmechanik ist die Zeitumkehrtransformation durch $T\psi(\vec{x}, t) = \psi^*(\vec{x}, -t)$:

$$\psi(\vec{x}, t) = e^{i(\vec{p}\vec{x} - Et)/\hbar} \rightarrow T\psi = \psi^*(\vec{x}, -t) = e^{i(-\vec{p}\vec{x} - Et)}$$

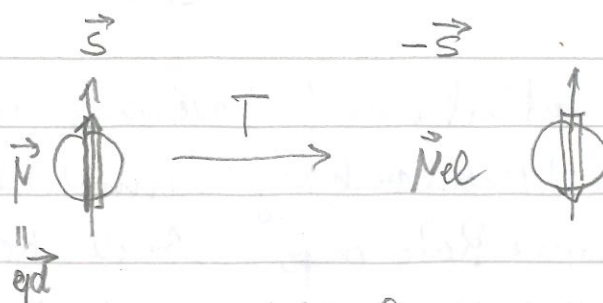
$\rightarrow$ T kehrt den Impuls der Teilchen um.

Man findet daß T ein anti-unitar Operator ist.

Die elektromagnetische und starke WW sind invariant unter T.
Die schwache WW verletzt T.

Tests der T-Invarianz: Suche nach elektrischem Dipolmoment von Elementarteilchen (EDM).

el. Dipolmoment
des eines Elementarteilchens muß
parallel zum Spin
stehen



Experimentelle Grenze von
Neutron EDM: $q d(n) < 2.9 \cdot 10^{-26} \text{ e cm}$

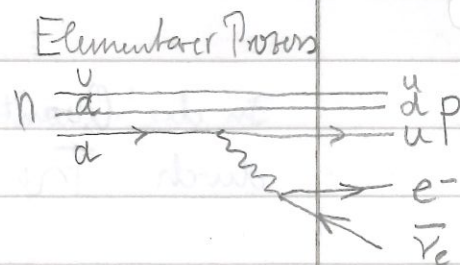
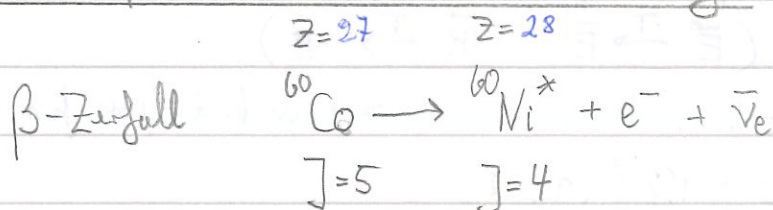
4.4 Paritätsverletzung im β -Zerfall (Schwache WW).

90

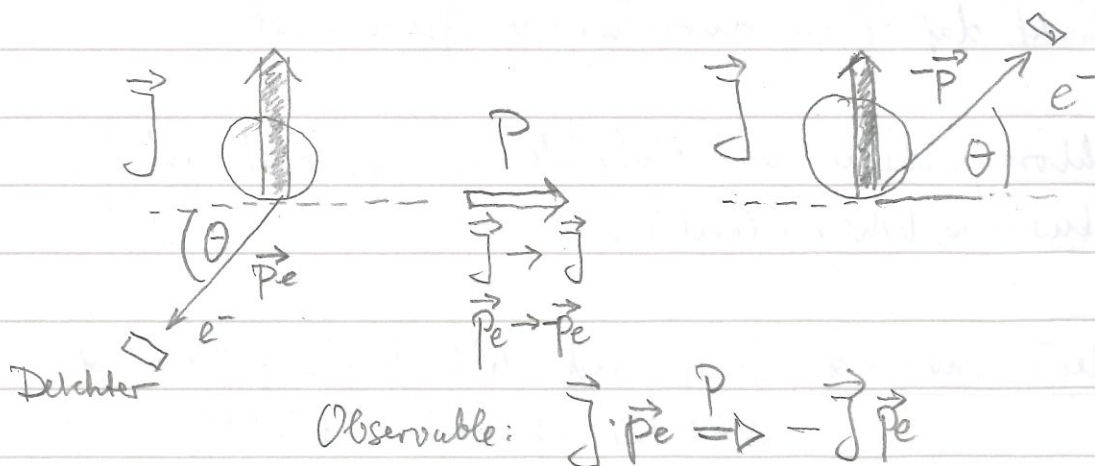
C, P und T Invarianz der WW war lange Zeit ein „ungeprüftes“ Dogma der Physik. Nachdem aber Lee und Yang 1956 die Möglichkeit der Paritätsverletzung in der Schwachen WW vorgeschlagen hatten, gelang es C.S. Wu bereits 1957 der Nachweis dass die Parität in der Tat im radioaktiven β -Zerfall verletzt ist.

* Chien-Shiung Wu

a) Wu-Experiment zur Paritätsverletzung.



Idee: Verwende polarisiertes ${}^{60}\text{Co}$, wobei die Spindichtung durch ein äußeres $\vec{B}$ -Feld festgelegt wird (Polarisation wird bei sehr niedrigen Temperaturen (10 mK) „eingefroren“)

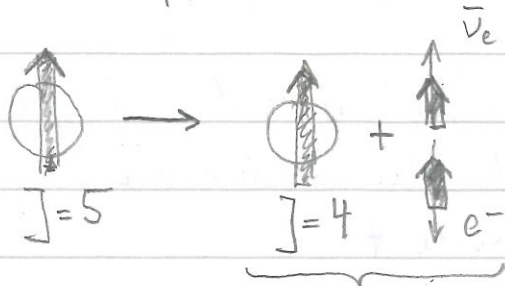


Falls Parität erhalten (= Invarianz unter P) dann sollte die gemessene Winkelverteilung symmetrisch in θ sein, d. h. die gemessene Rate muß in beiden Konfigurationen gleich sein.

Experimentelle Vereinfachung: Statt den Detektor zu verschieben wird die Polarisation des ${}^{60}\text{Co}$ umgedreht.

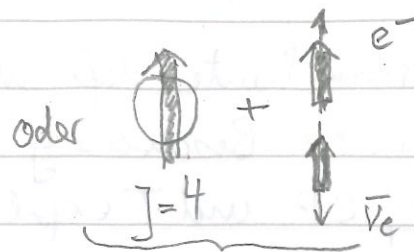
Resultat: Die gemessene Raten sind für beide Konfigurationen in Abb. verschieden, Die Parität ist damit verletzt.

b) Interpretation



(1) LH e^- und RH $\bar{\nu}_e$

LH = Linkshändig = $\vec{p} \parallel -\vec{s}$
 RH = Rechtshändig = $\vec{p} \parallel \vec{s}$



(2) RH e^- + LH $\bar{\nu}_e$

→ wird nicht beobachtet

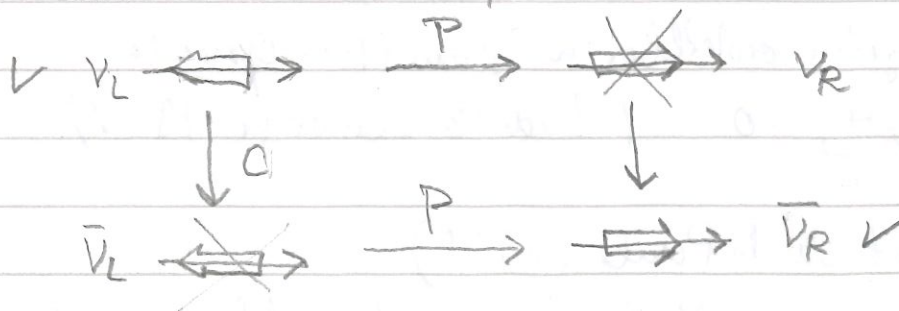
In einer Vielzahl von Experimenten konnte nachgewiesen werden, dass nur LH e^- (bzw. RH e^+) im schwachen Zerfall entstehen.

In einem anderen Experiment (Goldhaber, 1957) konnte gezeigt werden, daß die entstehenden $\bar{\nu}_e$ immer RH sind.

Heute wissen wir: $W^\pm$ -Bosonen koppeln nur an LH Fermionen bzw. RH-Antifermionen.

und es existieren nur ν_L und $\bar{\nu}_R$.
 (Neutrinos sind immer LH, $\bar{\nu}$ im RH)

→ das Standardmodell/schwach verletzt also P und C maximal:



Auf den ersten Blick scheint aber die kombinierte Symmetrie CP erhalten zu sein.

4.5 CP- und T-Verletzung

1964 zeigten Cronin und Fitch dass die CP-Symmetrie im $K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ (schwache WW) verletzt ist.

Wir wissen heute, dass die schwache WW und auch die theoretische Beschreibung im SM die Symmetrien C, P, CP und T explizit verletzt.

→ Theoretische Vorhersage des T-Verletzens n-EDM:

Bem: • Die Verletzung von C und P hat die Ursache in der Kopplung von $W^\pm$ Bosonen nur an LH-Teilchen.
• Die CP und T Verletzung nur im Quark/Hadron Sektor tritt ebenfalls nur in WW mit $W^\pm$ Bosonen auf (schwache Quarkmischung) und ist eine Konsequenz der Quarkmischung (K_{ap})

CPT Theorem: CPT - Invariant

Für praktisch jeden vorstellbaren Hamilton-Operator gilt $[CPT, H] = 0$ (Lüder & Schwinger 1951)

Verallgemeinert durch Pauli (1955):

CPT ist eine Eigenschaft Lorentzinvarianter, lokaler und kausaler Feldtheorien.

Konsequenzen: Unsere Welt und eine zeit umgekehrte + paritätsinverse Antiwelt verhalten sich gleich.
Teilchen + Anti-Teilchen haben gleiche Massen + Lebensdauern!