

# Abb. V.1 Kopplung von Spins

Spin für zusammengesetzte Systeme am Beispiel von Positronium  $e^+e^-$

1-Teilchen Spinzustände

$$|\uparrow\rangle = \left| \begin{smallmatrix} J \\ \frac{1}{2} \end{smallmatrix}; \begin{smallmatrix} J_z \\ \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right\rangle \quad |\downarrow\rangle = \left| \begin{smallmatrix} J \\ \frac{1}{2} \end{smallmatrix}; -\frac{1}{2} \right\rangle$$

2-Teilchen Spinzustände

$$J = 1 \quad \left\{ \begin{array}{ll} J_z = 1 & |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle \\ J_z = 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) \\ J_z = -1 & |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \nearrow \left| \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right\rangle \left| \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right\rangle \\ \nearrow \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{smallmatrix} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{smallmatrix} \right\rangle \end{array}$$

Symmetrisches Triplett

$$J = 0 \quad J_z = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle) \quad \text{Aymmetrisches Singulett:}$$

# Abb. V.2 Clebsch-Gordan Koeffizienten

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for  $-8/15$  read  $-\sqrt{8/15}$ .

Notation:

| $J$      | $J$      | ...          |
|----------|----------|--------------|
| $M$      | $M$      | ...          |
| $m_1$    | $m_2$    |              |
| $m_1$    | $m_2$    | Coefficients |
| $\vdots$ | $\vdots$ |              |
| $\vdots$ | $\vdots$ |              |

$1/2 \times 1/2$

|           |     |      |    |  |
|-----------|-----|------|----|--|
|           |     | 1    |    |  |
|           | +1  | 1    | 0  |  |
| +1/2+1/2  | 1   | 0    | 0  |  |
| +1/2 -1/2 | 1/2 | 1/2  | 1  |  |
| -1/2 +1/2 | 1/2 | -1/2 | -1 |  |
| -1/2-1/2  | 1   |      |    |  |

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$$

$2 \times 1/2$

|         |      |           |      |      |
|---------|------|-----------|------|------|
|         |      | 5/2       |      |      |
|         | +5/2 | 5/2       | 3/2  |      |
| +2 +1/2 | 1    | +3/2 +3/2 |      |      |
| +2 -1/2 | 1/5  | 4/5       | 5/2  | 3/2  |
| +1 +1/2 | 4/5  | -1/5      | +1/2 | +1/2 |

|         |     |      |      |
|---------|-----|------|------|
|         |     | 5/2  | 3/2  |
| +1 -1/2 | 2/5 | 3/5  | 5/2  |
| 0 +1/2  | 3/5 | -2/5 | -1/2 |

|         |     |      |      |
|---------|-----|------|------|
|         |     | 5/2  | 3/2  |
| 0 -1/2  | 3/5 | 2/5  | 5/2  |
| -1 +1/2 | 2/5 | -3/5 | -3/2 |

$3/2 \times 1/2$

|           |     |      |    |   |
|-----------|-----|------|----|---|
|           |     | 2    |    |   |
|           | +2  | 2    | 1  |   |
| +3/2 +1/2 | 1   | +1   | +1 |   |
| +3/2 -1/2 | 1/4 | 3/4  | 2  | 1 |
| +1/2 +1/2 | 3/4 | -1/4 | 0  | 0 |

|           |     |      |    |
|-----------|-----|------|----|
|           |     | 2    | 1  |
| +1/2 -1/2 | 1/2 | 1/2  | 2  |
| -1/2 +1/2 | 1/2 | -1/2 | -1 |

|           |     |      |    |
|-----------|-----|------|----|
|           |     | 2    | 1  |
| -1/2 -1/2 | 3/4 | 1/4  | 2  |
| -3/2 +1/2 | 1/4 | -3/4 | -2 |

|           |   |   |   |
|-----------|---|---|---|
|           |   | 2 | 1 |
| -3/2 -1/2 | 1 |   |   |

$2 \times 1$

|       |     |      |    |    |
|-------|-----|------|----|----|
|       |     | 3    |    |    |
|       | +3  | 3    | 2  |    |
| +2 +1 | 1   | +2   | +2 |    |
| +2 0  | 1/3 | 2/3  | 3  | 2  |
| +1 +1 | 2/3 | -1/3 | +1 | +1 |

|       |      |      |       |   |
|-------|------|------|-------|---|
|       |      | 3    | 2     | 1 |
| +2 -1 | 1/15 | 1/3  | 3/5   |   |
| +1 0  | 8/15 | 1/6  | -3/10 |   |
| 0 +1  | 2/5  | -1/2 | 1/10  |   |

$3/2 \times 1$

|         |      |           |      |      |
|---------|------|-----------|------|------|
|         |      | 5/2       |      |      |
|         | +5/2 | 5/2       | 3/2  |      |
| +3/2 +1 | 1    | +3/2 +3/2 |      |      |
| +3/2 0  | 2/5  | 3/5       | 5/2  | 3/2  |
| +1/2 +1 | 3/5  | -2/5      | +1/2 | +1/2 |

|         |      |       |      |     |
|---------|------|-------|------|-----|
|         |      | 5/2   | 3/2  | 1/2 |
| +3/2 -1 | 1/10 | 2/5   | 1/2  |     |
| +1/2 0  | 3/5  | 1/15  | -1/3 |     |
| -1/2 +1 | 3/10 | -8/15 | 1/6  |     |

|         |      |       |      |     |
|---------|------|-------|------|-----|
|         |      | 5/2   | 3/2  | 1/2 |
| -1/2 -1 | 3/10 | 8/15  | 1/6  |     |
| -1/2 0  | 3/5  | -1/15 | -1/3 |     |
| -3/2 +1 | 1/10 | -2/5  | 1/2  |     |

|         |     |      |      |
|---------|-----|------|------|
|         |     | 5/2  | 3/2  |
| -1/2 -1 | 3/5 | 2/5  | 5/2  |
| -3/2 0  | 2/5 | -3/5 | -5/2 |

|         |   |     |     |
|---------|---|-----|-----|
|         |   | 5/2 | 3/2 |
| -3/2 -1 | 1 |     |     |

$1 \times 1$

|       |     |      |    |   |
|-------|-----|------|----|---|
|       |     | 2    |    |   |
|       | +2  | 2    | 1  |   |
| +1 +1 | 1   | +1   | +1 |   |
| +1 0  | 1/2 | 1/2  | 2  | 1 |
| 0 +1  | 1/2 | -1/2 | 0  | 0 |

|       |     |      |      |   |
|-------|-----|------|------|---|
|       |     | 2    | 1    | 0 |
| +1 -1 | 1/6 | 1/2  | 1/3  |   |
| 0 0   | 2/3 | 0    | -1/3 |   |
| -1 +1 | 1/6 | -1/2 | 1/3  |   |

|      |     |      |    |
|------|-----|------|----|
|      |     | 2    | 1  |
| 0 -1 | 1/2 | 1/2  | 2  |
| -1 0 | 1/2 | -1/2 | -2 |

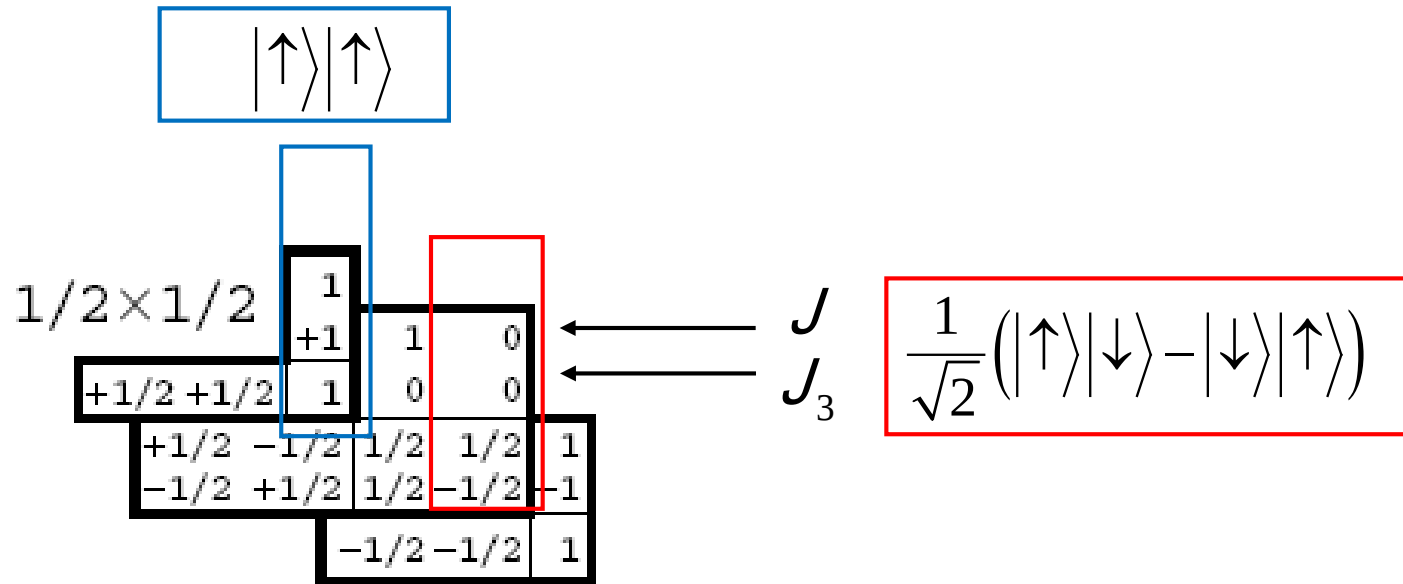
|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
|       |   | 2 | 1 |
| -1 -1 | 1 |   |   |

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
|       |   | 2 | 1 |
| -1 -1 | 1 |   |   |

$$d_{m,0}^{\ell} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_{\ell}^m e^{-im\phi}$$

$$\begin{aligned} & \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M \rangle \\ & = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M \rangle \end{aligned}$$

# Abb. V.3 Anwendung von Clebsch-Gordon Koeffizienten



# Abb. V.4 Isospin für 2-Nukleonensystem

Isospin:  $I \quad I_3$

1-Teilchen  $|p\rangle = \left| \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\rangle \quad |n\rangle = \left| \frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\rangle$

2-Teilchen

$I = 1$  Triplett  $\left\{ \begin{array}{ll} I_3 = 1 & |p\rangle|p\rangle \\ I_3 = 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}(|p\rangle|n\rangle + |n\rangle|p\rangle) \\ I_3 = -1 & |n\rangle|n\rangle \end{array} \right.$

$I = 0$  Singlett  $I_3 = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(|p\rangle|n\rangle - |n\rangle|p\rangle)$

## Abb. V.5 C-Erhaltung in e.m. Wechselwirkung

Mit  $\eta_c(\pi^0) = 1$      $\eta_c(\gamma) = -1$

$\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma \gamma$  wäre

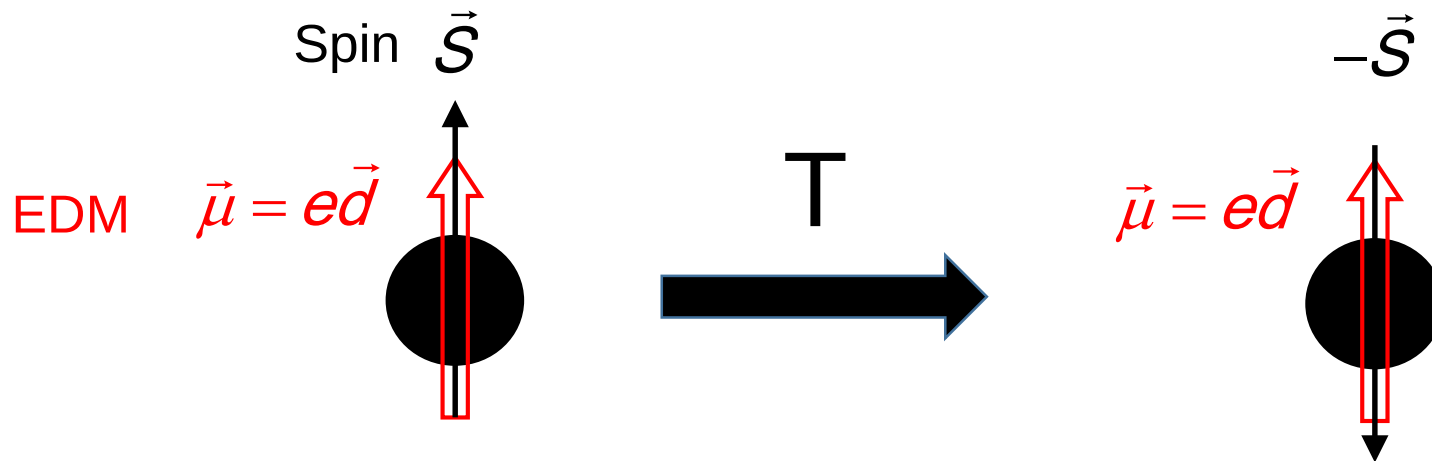
C-paritätsverletzend

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma \gamma) / \Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma) < 3.1 \cdot 10^{-8}$$

(Test der C-Erhaltung in e.m. Wechselwirkung)

# Abb. V.6 Elektrisches Dipolmoment (EDM)

Elektrisches Dipolmoment eines Elementarteilchens verletzt T:



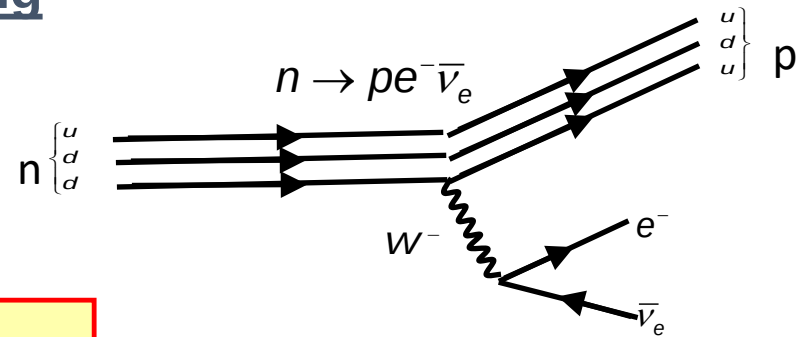
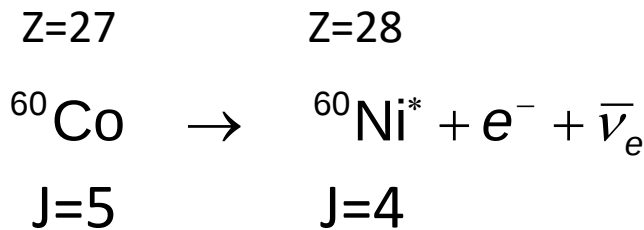
Bem.: EDM eines Elementarteilchens muss parallel zum Spin ausgerichtet sein (keine andere Richtungsachse definiert).

Experimentelle Grenze für Neutron-EDM:  $e \cdot d < 2.9 \cdot 10^{-26} \text{ e} \cdot \text{cm}$

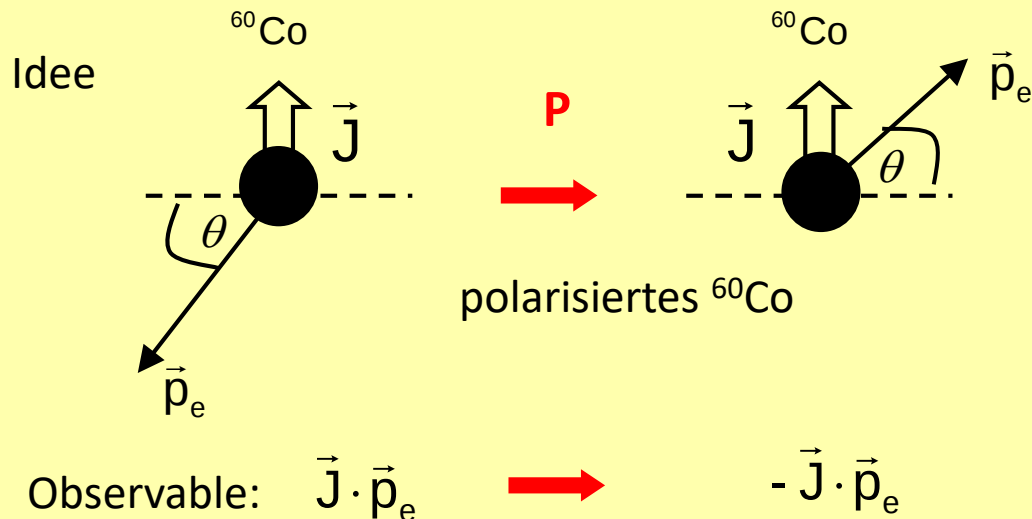
# 4.4 Paritätsverletzung im $\beta$ -Zerfall

Die C, P und T Invarianz aller Wechselwirkungen war lange Zeit eine Art Dogma der Physik bis Lee&Yang 1956 die Möglichkeit der P-Verletzung in der schwachen WW vorgeschlagen haben. Der Experimentelle Nachweis der Paritätsverletzung gelang kurze Zeit später durch Chien-Shiung Wu.

## a) Wu-Experiment zur Paritätsverletzung



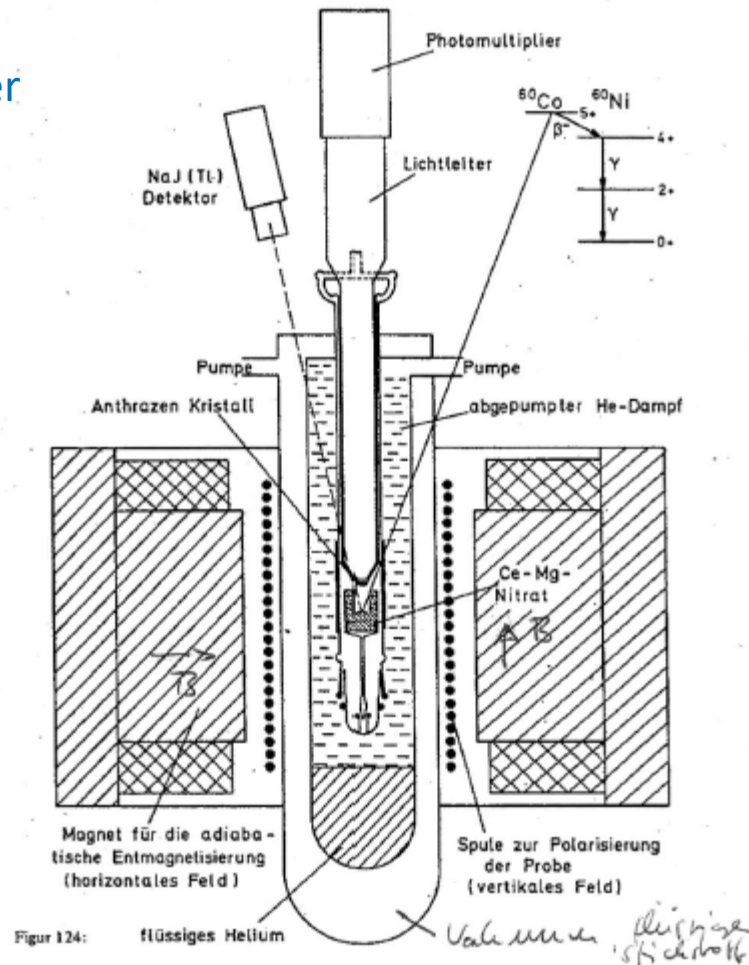
Falls Parität erhalten ist, muss Winkelverteilung symmetrisch in  $\theta$  sein, d.h. die Rate muss für beide Konfigurationen gleich sein



# Experimenteller Aufbau des Wu-Experiment

1957

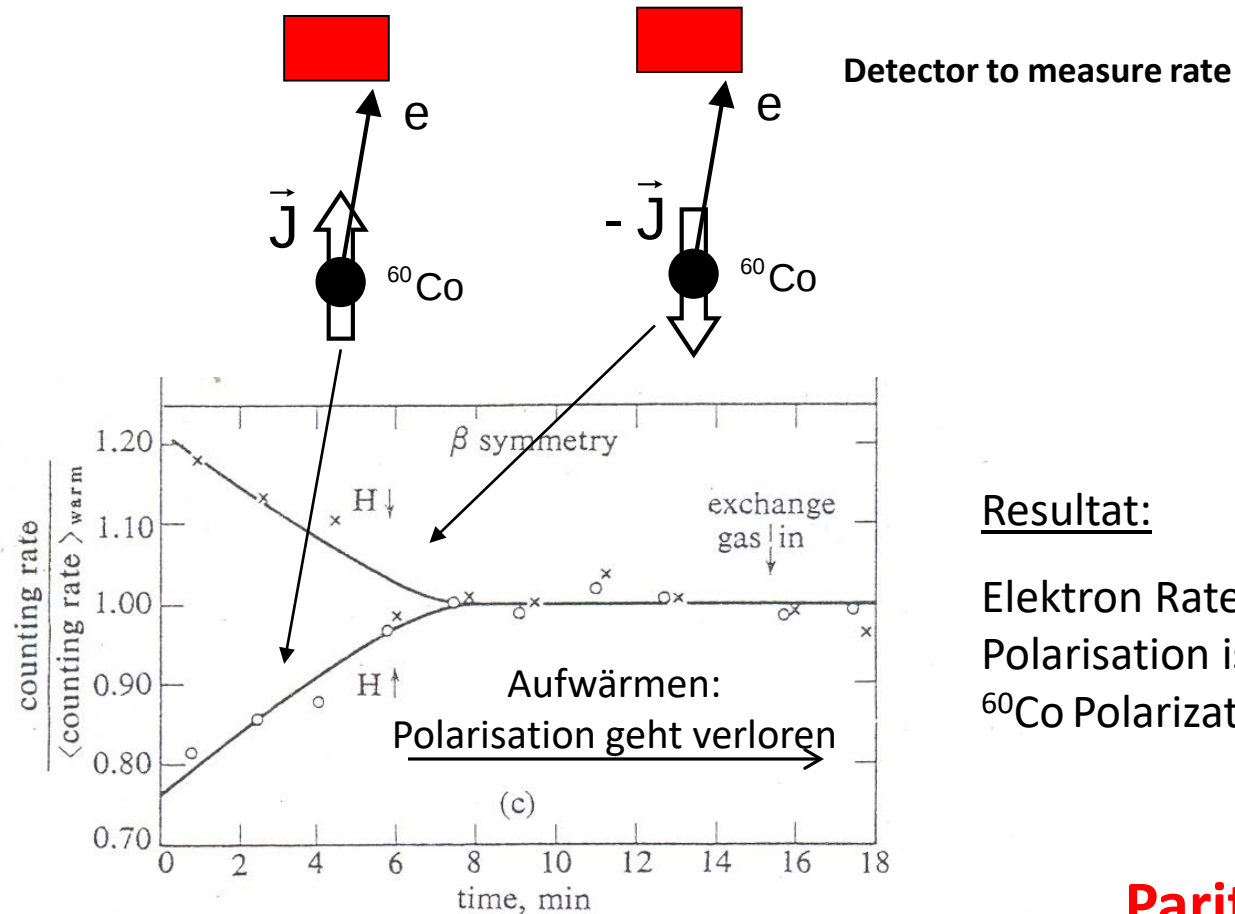
NaJ zum Nachweis der  
Photonen



Im Experiment wurde nicht der Detektor verschoben sondern stattdessen die Polarisation umgedreht.

„Einfrieren“ der Polarsation durch Kühlung mit fl. He und adiabatischer Entmagnetisierung eines paramagnetischen Salzes

# Ergebnis des Wu-Experiments (Abb. V.4)



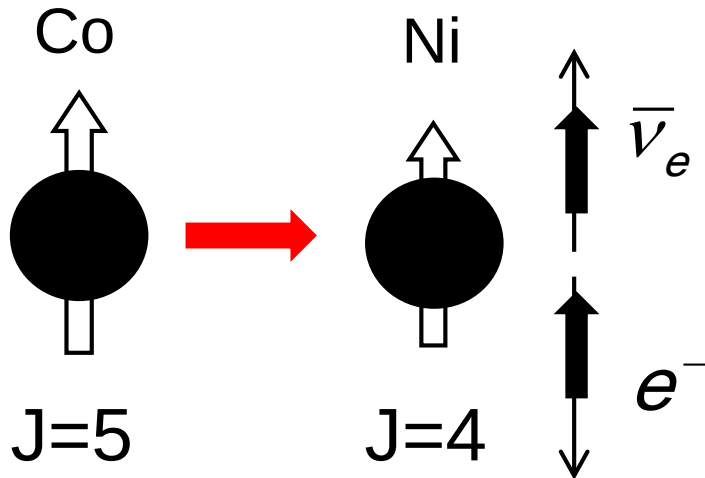
## Resultat:

Elektron Rate antiparallel zur Co  
Polarisation ist größer als parallel zur  
 $^{60}\text{Co}$  Polarization:

**Paritätsverletzung**

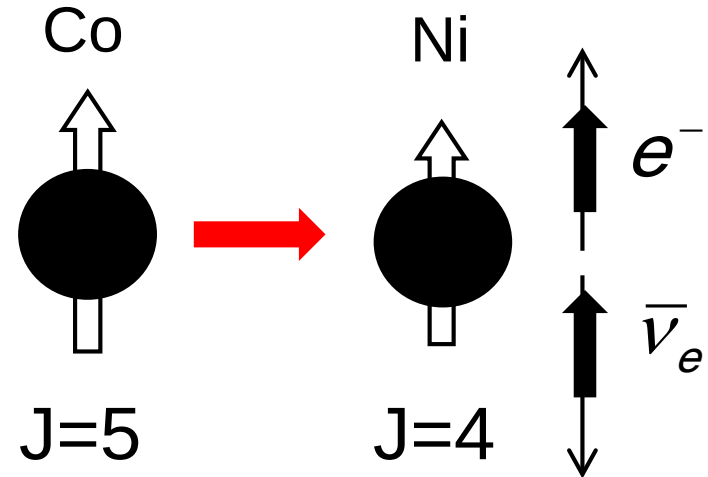
**Figure 9-12** Gamma anisotropy (as determined from the two NaI counters) and beta asymmetry for the polarizing field pointing up and down as a function of time. The times for disappearance of the beta and gamma asymmetry coincide; this is the warm-up time. The warm-up time for the sample is approximately 6 min and the counting rates for the warm unpolarized sample are independent of the field direction. [From C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson, *Phys. Rev.*, **105**, 1413 (1957).]

## b) Interpretation des Wu-Experimentes



LH (linkshändiges)  $e^-$

RH (rechtshändiges)  $\bar{\nu}_e$



RH (rechtshändiges)  $e^-$

LH (linkshändiges)  $\bar{\nu}_e$

In einer Vielzahl von Experimenten konnte nachgewiesen werden, dass nur LH  $e^-$  (bzw. RH  $e^+$ ) im schwachen Zerfall entstehen.

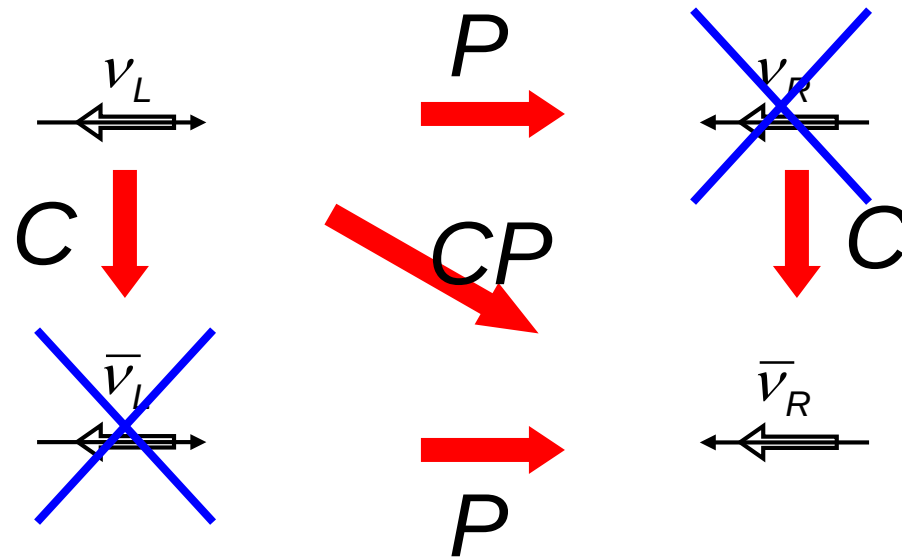
In einem anderen Experiment (**Goldhaber, 1957**) konnte gezeigt werden, dass die entstehenden  $\nu_e$  immer RH sind.

Heute wissen wir:

W-Bosonen koppeln nur an LH (**RH**) (**Anti**)-Fermionen.

Es werden nur LH Neutrinos und RH Anti-Neutrinos beobachtet.

Die schwache Wechselwirkung verletzt deshalb P und C maximal:



Auf den ersten Blick scheint die kombinierte Symmetrie CP in der schwachen Wechselwirkung aber erhalten.

## 4.5 CP- und T-Verletzung

1964 zeigten Cronin, Fitch und Turlay, dass auch die CP-Symmetrie im schwachen Zerfall  $K^0 \rightarrow \pi\pi$  verletzt ist (Nobelpreis für Cronin & Fitch, 1980).

Wir wissen heute dass die schwache Wechselwirkung und auch ihre theoretische Beschreibung im Standardmodell die Symmetrien C, P, CP und T explizit verletzt.

### Bemerkung:

- Die Verletzung von C und P hat die Ursache in der Kopplung der W-Bosonen nur an LH—Teilchen (RH-Antiteilchen).
- Die CP und T Verletzung tritt nur im Quarksektor bei Hadronen auf. Sie ist verbunden mit der Quarkmischung (später) und der Kopplung der W-Bosonen an Quarks.

# CPT Theorem

(Lüders 1954, Pauli 1955)

CPT Invarianz ist eine Eigenschaft lokaler, lorentzinvarianter, kausaler Feldtheorien.

Eine Konsequenz von CPT Invarianz ist dass Teilchen und Antiteilchen die gleichen Massen und die gleichen Lebensdauern besitzen.

Achtung: Invarianz unter CPT heißt nicht, dass es sich nach der CPT Transformation um den gleichen Zustand handelt!

# Abb. V.8 C, P, T Invarianz in Wechselwirkungen

|     | e.m. WW | schwache WW | starke WW |
|-----|---------|-------------|-----------|
| C   | ja      | nein        | ja        |
| P   | ja      | nein        | ja        |
| T   | ja      | nein        | ja        |
| CP  | ja      | nein        | ja        |
| CPT | ja      | ja          | ja        |