

6. Hadronische WW und hadronische Schauw

($E > 16 \text{ GeV}$)

Hochenergetische Hadronen wechselwirken stark mit den Nukleonen der Materie:

$n, p, \pi^\pm, K^\pm, \pi^0, K^0 + A \rightarrow \text{Sekundär Hadronen}$
 wobei Sekundär-Hadronen, hochenergetische Nukleonen + Kern-Fragmente entstehen, die auch wieder wechselwirken $\rightarrow$ Ausbildung eines hadronischen Schauers $\rightarrow$ (Abb. IV.8)

Schauerskala = WW-Länge für Hadronen: λ_{WW}

$$\lambda_W = \frac{1}{n \sigma_{WW}} = \frac{A}{N_A \rho} \cdot \frac{1}{\sigma_{WW}}$$

$$\sigma_{WW} \approx \sigma_{inel} \approx 35 \text{ mb } A^{0.7}$$

Typischer λ_{WW} : Fe 16.8 cm

Tabelle Pb 17.6 cm

Abb. IV.8 C 39 cm

C

$$\left(\text{Schaumax. } X \approx (0.2 \ln(E(\text{GeV})) + 0.7) \lambda_{WW} \right)$$

7. Detektorsysteme (→ Slides)

Detektoren in Teilchenphysik bestehen aus unterschiedlichen Komponenten zur Erfüllung unterschiedlicher Aufgaben:

- Rekonstruktion der Trajektorien von geladenen Teilchen (Spuren) (Spurdetektor)
- Impulsmessung geladener Teilchen (Spektrometer)
- Energiemessung elektromagn. + hadronischer Schauer (ECAL, HCAL)
- Teilchenidentifikation.

a) Spursysteme:

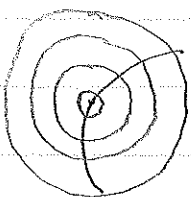
Zur Anwendung kommen 2 verschiedene Technologien

Gasdetektoren: Nachweis Teilchen ionisieren Gas, Elektronen driften durch das Gas und werden am Ende nachgewiesen

Halbleitendetektoren: Im Halbleitern erzeugen die Teilchen Elektron-Lochpaare ($dE/dx \rightarrow e$ -Lochpaare) die nachgewiesen werden.

b. Impulsmessung.

Impulse von Teilchen werden über die Ablenkung innerhalb eines Magnetfeldes bestimmt: Standard-Messung = zylindrisch angeordnete Spurdetektoren innerhalb eines Magnetfeldes parallel zur Zylinderachse



→ Spurmessung ↔ Impuls

Impulsanteil transversal zum Magnetfeld B :

$$p = q \cdot B \cdot R$$

bzw

$$p[\text{GeV}/c] = 0.3 B[\text{T}] R[\text{m}] \quad \left. \vphantom{p[\text{GeV}/c]} \right\} q=1$$

c) Energiemessung mittels Kalorimeter:

Man unterscheidet Kalorimeter für die Messung e.m. Schauer aus Material mit großem Z und Kalorimeter zur Messung von hadronischen Schauern. Bei elektromagn. Kalorimetern unterscheidet man homogene Kalorimeter (Absorber = Nachweismedium) und Sampling-Kalorimeter (Absorber, Nachweismedium verschieden). Für HCAL kommt nur Sampling-Kalorimeter zur Anwendung.

d) Teilchenidentifikation:

Zur Teilchenidentifikation (π, K, p, e) kommen sehr verschiedene Techniken zur Anwendung:

- Sperrische Energielverlust dE/dx bei bekanntem Impuls
- Flugzeitmessung bei bekanntem Impuls
- Messung des Cherenkov-Winkels bei bekanntem Impuls

Ein Ausnahme bilden Myonen: Myonen sind i.d.R. „minimal ionisierende“ Teilchen, die keine e.m. Schauer bilden und keine hadronischen Schauer auslösen.

Nachweis = einziges ionisierendes Teilchen, das einen dicken Absorber durchquert.

e) Zwiebelschalen detektor.

s. Abbildungen.

Blank lined paper with horizontal ruling lines and a vertical margin line on the right side. There are several small, faint marks and smudges on the page, including a small dark mark near the top right corner, a small dark mark near the bottom left corner, and a small dark mark near the bottom right corner. The paper appears to be a standard sheet of notebook paper.

V. Symmetrien und Erhaltungssätze

Invarianten von Naturgesetzen bezügl. Transformationen, auch als Symmetrien bezeichnet, spielen in der Physik eine wesentliche Rolle und werden als Schlüssel zur Formulierung von Naturgesetzen betrachtet.

Mit Invarianten (Symmetrien) sind Erhaltungsgrößen (quantenmech.: Quantenzahlen) verknüpft. Diese grundlegende Zusammenhang zwischen Symmetrien und Erhaltungsgrößen wurde erstmalig von Emmy Noether (Noether Theorem) 1918 formuliert*!

„Zu jeder Symmetrietransformation existiert eine Erhaltungsgröße.“

Noether Theorem gilt sowohl für klassische als auch für q.m. Systeme. Man unterscheidet verschiedene Arten von Symmetrietransformationen:

(1) kontinuierliche Symmetrie-Trf. $\rightarrow$ additive Erhaltungsgrößen.

1a: Raum-Zeit Symmetrien (Bsp. Translation $\rightarrow$ Impulserhaltung)

1b: Innere Symmetrien $\rightarrow$ „Ladungs“erhaltung (generalisierte Ladungen)
(4-dim oder n -dim. Phasen-trf. $\rightarrow$ Ladung; Isospin-Erhaltung)

(2) Diskrete Symmetrie-Trf. $\rightarrow$ multiplikative Erhaltungsgrößen
(Parität; Teilchen-Anti-Teilchen-Konjugation)

*! Noether Theorem wurde formuliert + bewiesen für Lie-Gruppen:

Ist ein System invariant unter den Transformationen einer Lie-Gruppe, so existiert eine Erhaltungsgröße zu jedem Element der Lie-Algebra.

1. Erhaltungsgrößen und Transformationen

1.1 Observable und Erhaltungsgröße (Frankfurt S. 187-189)

Operator $\hat{Q}$ entspricht einer physikalischen Observablen, wenn $\langle \hat{Q} \rangle$ reell ist und der Operator $\hat{Q}$ hermitesch ist:

$$\hat{Q} = \hat{Q}^\dagger \quad (= \text{adjungierter Operator}); \text{ für Matrix: } Q_{ki}^* = Q_{ik}$$

Observable erhalten wenn $\frac{d\langle \hat{Q} \rangle}{dt} = 0$ (Ableitung s. Frankfurt S. 188):

$$\frac{d\langle \hat{Q} \rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{Q}, \hat{H}] \rangle = \frac{1}{i\hbar} \langle (\hat{Q}\hat{H} - \hat{H}\hat{Q}) \rangle$$

d.h. die Observable Q ist erhalten, wenn der entsprechende Operator $\hat{Q}$ mit dem Hamiltonoperator des Systems vertauscht $[\hat{Q}, \hat{H}] = 0$.
Eigenfunktionen von $\hat{H}$ können so gewählt werden, daß sie auch Eigenfunktionen zu $\hat{Q}$ sind. Sie lassen sich dann aufgrund der Eigenwerte $Q = \langle \psi_0 | \hat{Q} | \psi_0 \rangle$ sortieren.

1.2 Symmetrie-Transformation:

Eine Symmetrieoperation sei definiert durch einen Operator $\hat{U}$:

$$\psi'(\vec{r}, t) = \hat{U} \psi(\vec{r}, t)$$

Da die Normierung der Wellenfunktion ψ erhalten bleiben soll, muß $\hat{U}$ unitär sein (= erhält die Norm):

$$\hat{U}^\dagger \hat{U} = \hat{U} \hat{U}^\dagger = \mathbb{1} \quad (\text{Einheitsmatrix}) \quad \text{also } \hat{U}^\dagger = \hat{U}^{-1}$$

Wirkung von $\hat{U}$ auf ein System beschrieben durch $\hat{H}$:

$$\begin{aligned} \hat{U}(\hat{H}\psi) &= \hat{U}\hat{H}(\hat{U}^{-1}\hat{U})\psi = \hat{U}\hat{H}\hat{U}^{-1}(\hat{U}\psi) \\ &= \hat{H}'\psi' \end{aligned}$$

Wenn $\hat{H}$ invariant ist,

$$\hat{H}' = \hat{U}\hat{H}\hat{U}^{-1} = \hat{H} \Rightarrow \hat{U}\hat{H} = \hat{H}\hat{U} \quad \text{bzw.} \quad [\hat{U}, \hat{H}] = 0$$

d.h. wenn $\hat{U}$ mit $\hat{H}$ kommutiert, erfüllt $\psi' = \hat{U}\psi$ die gleiche Schrödingergl. wie ψ und das System ist invariant unter $\hat{U}$.

Bem.
hermitesch
 $U = U^\dagger$
unitär
 $U^\dagger = U^{-1}$
 $\Rightarrow U^2 = 1$

Möglichkeiten für $\hat{U}$:

- (i) Wenn $\hat{U}$ ebenfalls hermitesch ist, dann gibt es eine entsprechende erhaltene Observable (dann gilt $\hat{U}^2 = 1$).
- (ii) Wenn $\hat{U}$ nicht hermitesch ist, kann es einen hermiteschen Operator $\hat{F}$ geben mit $\hat{U} = \exp(i\epsilon\hat{F})$. Für kleine ϵ : (*)
- $$\hat{U}\psi = \exp(i\epsilon\hat{F})\psi = \left(1 + i\epsilon\hat{F} + \frac{(i\epsilon\hat{F})^2}{2!} + \dots\right)\psi$$

In diesem Fall ist der Erwartungswert von $\hat{F}$ erhalten und $\hat{F}$ wird als Generator der Symmetrieoperation $\hat{U}$ bezeichnet.

2. Kontinuierliche Raum-Zeit-Transformationen:

2.1 Räumliche Translation:

$$\psi(\vec{r}, t) = \hat{U} \psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r} + \Delta\vec{r}, t)$$

Infinitesimale Translation: $\psi'(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}, t) + \Delta\vec{r} \cdot \frac{d}{d\vec{r}} \psi(\vec{r}, t)$

$$= \left(1 + \Delta\vec{r} \cdot \frac{i}{\hbar} \hat{p}\right) \psi(\vec{r}, t)$$

endliche Translation durch wiederholte Anwendung: $\hat{p}$ = Impulsoperator

$$\begin{aligned} \psi'(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r} + \Delta\vec{r}, t) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{\Delta\vec{r}}{n} \cdot \frac{i}{\hbar} \hat{p}\right)^n \psi(\vec{r}, t) \right] \\ &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \Delta\vec{r} \cdot \hat{p}\right) \psi(\vec{r}, t) \\ &= \hat{U} \end{aligned}$$

Invarianz unter $\hat{U} \Leftrightarrow [\hat{H}, \hat{p}] = 0 \Rightarrow \hat{p}$ = Erhaltungsgröße

Impulsoperator ist der Generator der Translation!

(*) i. a. ist $\exp(i\epsilon\hat{F}) \neq \exp(-i\epsilon\hat{F}^\dagger)$ d.h. $\hat{U}$ ist nicht hermitesch

2.2. Räumliche Rotation

In gleicher Weise findet man daß die Rotation durch den Drehimpulsoperator erzeugt wird:

$$\hat{U} = \exp\left(i/\hbar \cdot \Delta\varphi \cdot \hat{L}\right) \quad \hat{L} = \text{Drehimpulsoperator.}$$

Invarianz: $[\hat{H}; \hat{L}] = 0$; d.h. man findet gemeinsame Eigenzustände zu $\hat{H}$, $\hat{L}$ bzw. $\hat{L}^2$.

Bem: Drehimpulsoperator wirkt nur auf den Winkelanteil der Wellenfkt. Eigenfkt zu ganzzahligem Drehimpuls (l) sind die Kugelflächenfkt. Y_l^m mit:

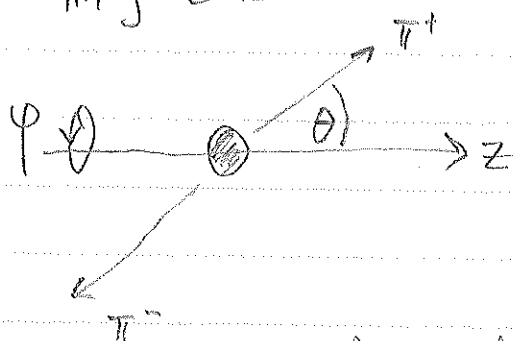
$$\begin{aligned} \hat{L}^2 Y_l^m &= l(l+1) Y_l^m \\ \hat{L}_z Y_l^m &= m Y_l^m \end{aligned}$$

Bedeutung der Drehimpulserhaltung in Teilchenreaktionen kann man sich am Beispiel des ρ -Zerfalls klarmachen.

$$\rho(J=1) \rightarrow \pi^+(J=0) \pi^-(J=0)$$

rel. Drehimpuls $l=1$

im ρ -CMS:



Aufgrund der Drehimpulserhaltung müssen die beiden Pionen im Drehimpulszustand $l=1$ sein.

Aufteilungswahrsch. $P(\theta, \varphi) \sim |Y_1^1(\theta, \varphi)|^2 = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta$

→ Analyse der Winkelverteilung der Zerfallsprodukte gibt Informationen über das Spin der zerfallenden Teilchen

3. Innere Symmetrien und additive Erhaltungsgrößen

3.1 1-dim Phasentransformationen

Falls Phase (z.B. bei Wellenfkt.) un beobachtbar ist $\rightarrow$ Invarianz unter Phasen-Tf.:

$$\psi'(\vec{r}, t) = e^{i\delta} \psi(\vec{r}, t)$$

$\delta = \text{const}$: globale Phasen-Tf.

$\delta = \delta(\vec{r})$: lokale Phasen-Tf.

($U(1)$ Invarianz = Eichgruppe der QED)

Invarianz unter einer globalen Phasen-Tf ist mit der Erhaltung einer additiven „Ladung“ verknüpft.

(„Ladung“ = generalisierte Ladung, nicht unbedingt nur elektr. Ladung)

a) Bsp: Elektrischer Ladungsoperator $\hat{Q}$: $\hat{Q}|e^\pm\rangle = \pm 1|e^\pm\rangle$
Ladung bildet mit anderen simultanen beobachtbaren Eigenschaften einen Satz von Quantenzahlen, die den Teilchenzustand bestimmen.

Analog zu Impuls / Drehimpuls-Operator läßt sich auch mit $\hat{Q}$ eine Transformation $\hat{U}$ definieren:

$$\hat{U} := \exp(-i\alpha \hat{Q})$$

angewandt auf $|\psi\rangle$:

$$\textcircled{*} \quad \hat{U}|\psi\rangle = \exp(-i\alpha \hat{Q})|\psi\rangle = \exp(i\alpha Q)|\psi\rangle$$

$$\hat{Q}|\psi\rangle = Q|\psi\rangle$$

($\rightarrow$ einfache Phasentrif.)

Ist der Hamiltonian invariant unter $\hat{U}$, d.h. $[\hat{U}, \hat{H}] = 0$
so ist die Ladung erhalten.

$$\text{Bsp: } \pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \pi^+ + \pi^- + n$$

$$Q \quad -1 \quad +1 \quad 0 \quad +1 \quad -1 \quad 0$$

$\textcircled{*}$ Dass es sich hierbei tatsächlich um elektr. Ladg. handelt $\rightarrow$ lokale Phasentrif.

Analog zum Ladungsoperator kann man statt dessen den Leptonzahloperator $\hat{L}$ und Baryonzahloperator $\hat{B}$ benutzen $\rightarrow$ Erhaltung entsprechender additiver QZ (empirisches Faktum, dem im SM entspr. Rechnung getriggert wird)

b) Leptonzahlerhaltung

Sieht man vom Neutrino-Mixing ab, so sind die experimentellen Befunde konsistent mit der Annahme von Leptonzahlerhaltung, und zwar sowohl für jede Generation getrennt (L_e, L_μ, L_τ) als auch für die Gesamt-Leptonzahl $L = L_e + L_\mu + L_\tau$:

$$\sum_i L_{e,i} = \text{const} \quad \sum_i L_{\mu,i} = \text{const} \quad \sum_i L_{\tau,i} = \text{const} \quad \sum_i L_i = \text{const.}$$

Leptonzahl für Teilchen + Antiteilchen entgegen gesetzl. (Teilchen + 1):

$$L_e |e^- \rangle = L_e |\bar{\nu}_e \rangle = +1$$

$$L(e^-) = +1 \quad L(e^+) = -1$$

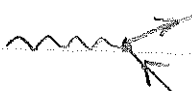
Bsp: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

$$L_\mu \quad +1 \quad 0 \quad 0 \quad +1$$

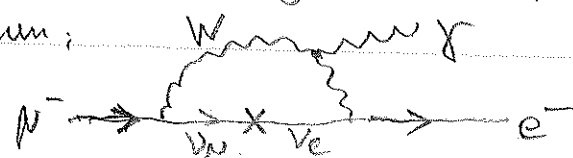
$$L_e \quad 0 \quad +1 \quad -1 \quad 0$$

$$L \quad +1 \quad +1 \quad -1 \quad +1$$

Erinnerung: Die Leptonzahl (L_i, L) ist allen allen Vertices (Feynman Diagramm) allen WW erhalten (genau wie Lady) ν

z.B.  oder 

Für Neutrinos verletzt die Existenz von Neutrino-Mixing die Leptonzahl explizit ($\nu_i \leftrightarrow \nu_j$). Aufgrund dieser Mischung kann es auch bei geladenen Leptonen zu sehr kleinen Leptonzahlverletzen kommen:

Bsp 

Zerfallsverhältnis (Theorie):

$$BR(\mu \rightarrow e \gamma) < 10^{-53}$$

$$(\text{Limit } BR < 10^{-11})$$