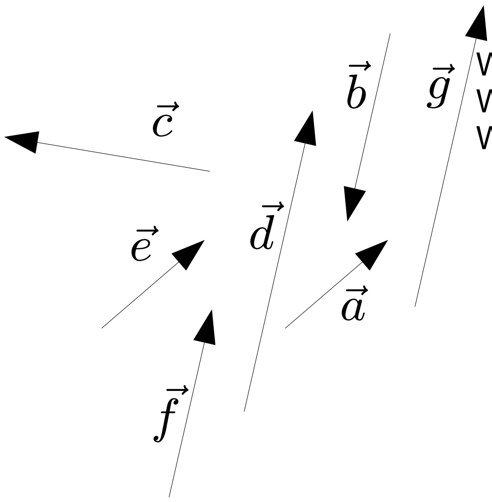
Aufgabenblock I: Vektoren 9.10.2015

**1. Aufgabe:** Vergleich von Vektoren




Welche Vektoren zeigen in die gleiche Richtung?
Welche Vektoren haben die gleiche Länge?
Welche Vektoren sind gleich?

**2. Aufgabe:** Zeichnerische Vektoraddition I

Ein Flugzeug hat eine Geschwindigkeit von 600 km/h in Richtung Norden. Der Wind weht mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s aus Richtung Westen. Bestimmen Sie zeichnerisch die Geschwindigkeit relativ zum Boden.

**3. Aufgabe:** Zeichnerische Vektoraddition II

Zeichnen Sie die Vektorsumme der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$; wobei $|\vec{a}|$= 3 cm, $|\vec{b}|$= 5 cm und beide Vektoren einen Winkel von $\delta$ = 35° miteinander bilden. Wie ändert sich das Ergebnis, wenn sich die Länge

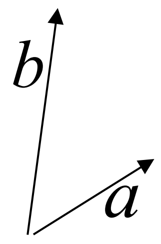
i) der beiden Vektoren verdoppelt
ii) eines Vektors verdoppelt

**4. Aufgabe:** Vektoraddition

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem. Berechnen Sie die Vektorsumme $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ und $|\vec{d}|$.

Aufgabenblock II: Vektoren

**1. Aufgabe:** Zeichnerische Vektoraddition




Addieren Sie die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ zeichnerisch. Der resultierende Vektor sei $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Zeigen Sie, dass hier das Kommutativgesetz für Vektoren gilt.

**2. Aufgabe:** Betrag eines Vektors

Gegeben ist der Ortsvektor zum Punkt (4,3). Geben Sie die Vektoren entlang der Koordinatenachsen an. Welche Länge hat der Ortsvektor zum Punkt (4,3) ?

**3. Aufgabe:** Arbeit

Bestimmen Sie die Arbeit, die verrichtet wird, wenn ein Körper entlang des Vektors $\vec{r} = (3,2,-5)$ [m] mit der Kraft $\vec{F} = (2,-1,-1)$[N] bewegt wird. Geben Sie einen Einheitsvektor $\vec{e}_r$ an. Unter welchem Winkel greift die Kraft an?

Aufgabenblock III: Vektoren 9.10.2015

**1. Aufgabe:** Flußüberquerung

Ein Schiff überquert einen strömenden Fluß mit einem resultierenden Geschwindigkeitsvektor | $\vec{v}$ | = 10 [m $s^{-1}$] unter einem Winkel von 20 Grad. (Dabei fährt das Schiff ohne Strömung senkrecht zum Ufer, Uferrichtung x.) Überlegen Sie qualitativ, welcher Geschwindigkeitsbetrag größer ist, der des Flusses oder der des Schiffes. Geben Sie den Vektor $\vec{v}$ an und die Komponente in Richtung 45 Grad.

**2. Aufgabe:** Kreuzprodukte der kartesischen Einheitsvektoren

Zeigen Sie $\vec{e}_x \times \vec{e}_y = \vec{e}_z$ unter Verwendung von Determinanten. Welchen Wert haben $\vec{e}_y \times \vec{e}_y$ und $\vec{e}_x \times \vec{e}_x$. Begründen Sie Ihre Antwort.

**3. Aufgabe:** Kreuzprodukt

Für welche Konfiguration der Vektoren $\vec{A}$ und $\vec{B}$ sind die Beträge der Größen $\vec{A} \cdot \vec{B}$ und $\vec{A} \times \vec{B}$ maximal? Was unterscheidet die Größen?

**4. Aufgabe:** Drehmoment

Berechnen Sie das Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ relativ zum Ursprung, wenn die Kraft $\vec{F} = m \cdot g \cdot \vec{e}_y$ auf ein Teilchen am Ort $\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y$ wirkt. Zeigen Sie, dass das Drehmoment unabhängig von der y-Komponente ist.

Aufgabenblock IV: Vektoranalysis 9.10.2015

**1. Aufgabe:** Ableitungen eines Vektors

Ein Teilchen bewegt sich auf einer Kurve mit der Parametergleichung $x(t)= e^{-t}$, $y(t)=2\cos(3t)$, $z(t)=2\sin(3t)$, wobei t die Zeit darstellt.

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung.
b) Wie groß ist die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zur Zeit t=0?

**2. Aufgabe:** Ableitungen eines Vektors

Ein Teilchen bewegt sich auf einer Kurve mit der Parametergleichung $x(t)= 2t^2$, $y(t)=t^2-4t$ , $z(t)=3t-5$ . Bestimme die Komponenten der Geschwindigkeit des Teilchens zur Zeit t= 1 in Richtung von $\vec{l} = (1, -3, 2)$ .

**3. Aufgabe:** Partielle Ableitungen

Sei $\phi(x, y, z) = x \cdot y^2 \cdot z$ ein skalares Feld und $\vec{A} = (x \cdot z, -x \cdot y^2, y \cdot z^2)$ ein Vektorfeld. Bestimmen Sie $\frac{\partial}{\partial z}(\phi \cdot \vec{A})$ . Berechnen Sie auch $\frac{\partial^2}{\partial x \partial z}(\phi \cdot \vec{A})$ .

Aufgabenblock V: Vektoranalysis 9.10.2015

**1. Aufgabe:** Gradient eines skalaren Feldes.

Es sei $\phi(x,y,z) = ln \mid \vec{r} \mid$ , wobei $\vec{r} = (x,y,z)$ ein Vektor in kartesischen Koordinaten ist. Bestimmen Sie den Gradienten von $\phi$ .

**2. Aufgabe:** Gradient eines skalaren Feldes.

Bestimmen Sie die Einheitsnormale der Fläche $x^2 \cdot y + 2 \cdot x \cdot z = 4$ im Punkt (2,-2,3).