Aufgabenblatt 1, Physik B, 8./9. Mai 2003

1. Geben Sie die Wellenlängen für elektromagnetische Felder der folgenden Frequenzen an: 1 MHz, 1 GHz, 1THz, 1 PHz, 1 EHz. Welchen Ihnen bekannten Strahlungsarten entsprechen diese Wellenlängen ?
   Lösung:
   $$c = \lambda\nu \quad \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} \qquad c = 3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Frequenz ν	Wellenlänge λ	Anwendung
1 MHz = 10^6 Hz	300 m	Mittelwellenradio
1 GHz = 10^9 Hz	0.3m = 30cm	UKW und Fernsehen meistens einige GHz.
1 THz = 10^{12} Hz	0.3 mm = 300 μm	Wärmestrahlung (langwellig)
1 PHz = 10^{15} Hz	0.3 μm = 300 nm	Nahes UV. Sichtbares Licht von ca. 400 -700 nm.
1 EHz = 10^{18} Hz	0.3 nm = 300 pm	Röntgenstrahlung. Eine Röntgenröhre mit 3.6 keV Betriebsspannung emittiert mit einer Grenzwellenlänge von 300 pm.

2. Stellen Sie die Gleichung für die Orts- und Zeitabhängigkeit des elektrischen Feldes einer ebenen elektromagnetischen Welle der Wellenlänge λ auf.

   a) Die Welle laufe in Vakuum in Richtung der positiven y-Achse. Lösung:
   $$E = E_0 \sin(k \cdot y - \omega \cdot t + \varphi)$$

   b) für die entgegengesetzte Richtung. Lösung:
   $$E = E_0 \sin(k \cdot y + \omega \cdot t + \varphi)$$

   Der Vektor $\vec{E}$ liegt in der x-z Ebene.
   Die Größen $k = 2\pi/\lambda$ und $\omega = 2\pi c/\lambda = 2\pi\nu$ werden Wellenzahl bzw. Kreisfrequenz genannt. Die Wellenzahl k gibt an wieviele Wellen man auf einem Meter findet.

3. Sie liegen in der Sonne und bräunen bei einer Strahlungsintensität von $I = 1\,\mathrm{kW/m^2}$ für senkrechten Lichteinfall.
   Wie groß ist die Amplitude der elektrischen Feldstärke $|\vec{E}|$ und die der magnetischen Feldstärke $|\vec{B}|$ der Strahlung ?
   Hinweis: der zeitliche Mittelwert der Funktion $f = A\sin^2(\omega \cdot t)$ ist $\langle f \rangle = A/2$. Die Feldenergie entfällt zu gleichen Teilen auf das elektrische und das magnetische Feld: $E_\mathrm{E} = E_\mathrm{M} = \frac{1}{2}E_\mathrm{EM}$.
   $$\begin{aligned} \text{Energiestrom} &= \text{Energiedichte} \cdot \text{Transportgeschwindigkeit} \\ I &= \rho \cdot c \quad \text{(vgl. Wärmeleitfähigkeit aus Physik A!)} \end{aligned}$$
   Für die Energie-Dichte ρ_EM gilt:
   $$\rho_{EM} = \frac{E_\mathrm{EM}}{V} = \frac{E_\mathrm{E} + E_M}{V} = \rho_\mathrm{E} + \rho_\mathrm{M}$$

und für die Energie-Dichten des elektrischen und magnetischen Feldes gelten jeweils

$$\begin{aligned}
\rho_{\mathrm{E}} &= \frac{1}{2}\langle \vec{E} \cdot \vec{D} \rangle = \frac{\epsilon\epsilon_0}{2}\langle \vec{E}^2 \rangle \\
\rho_{\mathrm{M}} &= \frac{1}{2}\langle \vec{B} \cdot \vec{H} \rangle = \frac{1}{2\mu\mu_0}\langle \vec{B}^2 \rangle.
\end{aligned}$$

Da sowohl $\vec{E}$ als auch $\vec{B}$ Funktionen sind, die einen Sinus enthalten, können wir den obigen Hinweis $\langle f \rangle = A/2$ für die Energie-Dichten anwenden:

$$\begin{aligned}
\langle \vec{E}^2 \rangle &= \langle \vec{E}_0^2 \sin^2(\ldots) \rangle = \frac{1}{2}|\vec{E}_0|^2 \\
\langle \vec{B}^2 \rangle &= \langle \vec{B}_0^2 \sin^2(\ldots) \rangle = \frac{1}{2}|\vec{B}_0|^2
\end{aligned}$$

Damit haben wir für die Energie-Dichten ρ_{E} und ρ_{M}:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\rho_{\mathrm{EM}} &= \rho_{\mathrm{E}} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{4}E_0^2 \\
&= \rho_{\mathrm{M}} = \frac{1}{4\mu\mu_0}B_0^2
\end{aligned}$$

In diese Gleichungen können wir jetzt die allererste, $I = \rho c$, einsetzen und dann nach E_0 bzw. nach B_0 auflösen:

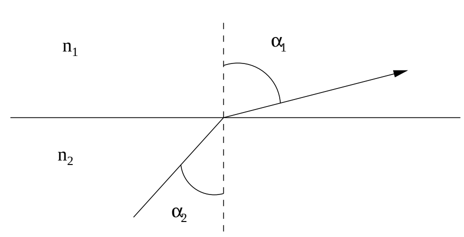
$$\begin{aligned}
E_0 &= \sqrt{2\frac{I}{\epsilon\epsilon_0 c}} \approx 868\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \\
B_0 &= \sqrt{2\mu\mu_o\frac{I}{c}} \approx 2.9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} \approx 3\,\mu\mathrm{T}
\end{aligned}$$

Zum Vergleich: Das Erdmagnetfeld hat eine Stärke von 30-60 μT.
Man kann auch die Probe machen: $E = c \cdot B$.

4. Licht fällt von innen auf die Oberfläche eines Lichtleiters, der von Luft umgeben ist. Für Einfallswinkel $\alpha > 40^0$ tritt Totalreflexion auf. Wie groß ist der Brechungsindex des Lichtleitermaterials n_2? Sie können ohne Verlust an Genauigkeit den Brechungsindex von Luft als $n_{\mathrm{Luft}} = n_1 = 1$ ansetzen.

   Lösung: Das Brechungsgesetz lautet:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$$



Totalreflektion tritt auf, wenn das Brechungsgesetz für den austretenden Strahl einen Sinus > 1 ergibt, also in unserem Fall $sin\alpha_1 = n_2 \cdot sin\alpha_2/n_1 > 1$. Daraus ergibt sich $n_2 = 1/sin(40^o) = 1.56$.