

Aufgabenblatt 7, Physik B, 25./27.6. 2003

1. Für die Wellenausbreitung gilt: die Phasengeschwindigkeit ist $v_{ph} = \omega/k$, die Gruppengeschwindigkeit ist $v_{gr} = d\omega/dk$.

Für Teilchen (incl. Photonen) gilt: $E = \omega\hbar$ und $p = k\hbar$.

Und Sie wissen ja auch: $E^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$.

- a) Zeigen Sie, dass die Phasengeschwindigkeit der de Broglie-Wellen $v_{ph} = c^2/v$ und die Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = v$ ist, wobei v die Teilchengeschwindigkeit ist.

Lösung: $v_{ph} = \omega/k = E/p = (mc^2)/(mv)$, hier ist m die bewegte Masse.

$v_{gr} = d\omega/dk = dE/dp$, mit der Kettenregel erhalten wir

$$dE/dp = (dE/dE^2) \cdot (dE^2/dp)$$

$$= (1/2E) \cdot (c^2 \cdot 2p) = c^2 \cdot p/E = c^2 \cdot (mv)/(mc^2) = v !!$$

- b) Wie groß sind v_{ph} und v_{gr} für Photonen? ($m_0 = 0$!)

Lösung: Für Photonen ist $E = cp$, also $v_{ph} = c$ und $v_{gr} = c$.

2. a) Berechnen Sie die Wellenlänge und Photonenenergie von Röntgenstrahlung, die in 1. Ordnung unter $\vartheta = 30^\circ$ von einem Kristall mit Gitterebenenabstand $d = 0.2 \text{ nm}$ reflektiert wird.

Lösung: $\lambda = 2d \cdot \sin\vartheta = 0.2 \text{ nm} = 200 \text{ pm} \implies E_\gamma = hc/\lambda = 6.2 \text{ keV}$.

- b) Welche kinetische Energie und welche Geschwindigkeit müssten Neutronen ($m_0c^2 = 939 \text{ MeV}$) haben, um unter dem gleichen Winkel gestreut zu werden?

Lösung: Die Neutronen müssen die gleiche de Broglie-Wellenlänge haben, also den gleichen Impuls, $p_n = 6.2 \text{ keV}/c$.

Da $cp \ll m_0c^2$ ist, können wir nichtrelativistisch rechnen: $E_{KIN} = p^2/(2m) = (cp)^2/(2m_0c^2) = (6.2 \cdot 10^3 \text{ eV})^2/(2 \cdot 939 \cdot 10^6 \text{ eV}) = 20.5 \text{ meV} = 0.0205 \text{ eV}$.

Die Geschwindigkeit ist $v = p/m = c \cdot cp/(m_0c^2) = 6.6 \cdot 10^{-6}c = 2000 \text{ m/s}$.