

## Aufgabenblatt 8, Physik B, 2./4. Juli 2003

1. a) Zeigen Sie, dass die "Feinstrukturkonstante"  $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$  den Wert  $\alpha \approx 1/137$  hat.

Hinweis:  $e$ , die elektrische Elementarladung, taucht auch in der Energiemaßeinheit  $eV$  auf, z.B.  $hc = 1.24 \cdot 10^{-6} eV \cdot m$ , deshalb ist es für die Ausrechnung vorteilhaft,  $e^2 = e \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} C)$  zu schreiben.  $\epsilon_0$  kennen Sie aus Physik A, der Zahlenwert ist  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} C/(Vm)$ .

- b) Schreiben Sie die Formel für die Energieeigenwerte im Wasserstoffatom

$$E_n = -\frac{m_e}{2} \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0\hbar)^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

so um, dass nur  $m_e$ ,  $c$ ,  $\alpha$  und  $n$  auftreten. Rechnen Sie dann nach, ob wirklich für den Grundzustand  $E_1 = 13.6 eV$  herauskommt.

**Lösung:** a) Einfach einsetzen,  $h = 2\pi\hbar$  ausnutzen:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc} = \frac{e \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} C}{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} C/(Vm) \cdot 1.24 \cdot 10^{-6} eV \cdot m} = 1/137.2$$

- b) Zähler und Nenner mit  $c^2$  multiplizieren, schon haben wir

$$E_n = -\frac{m_e c^2}{2} \cdot \alpha^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

und mit der Ruheenergie des Elektrons  $m_e c^2 = 511 keV$  kommt auch der richtige Wert für  $E_1$  heraus.

2. Die Balmer-Serie umfasst die Spektrallinien des Wasserstoffatoms, die bei Übergängen aus höheren Schalen in die L-Schale emittiert werden.

a) Berechnen Sie die minimale Wellenlänge  $\lambda_{min}$  und die maximale Wellenlänge  $\lambda_{max}$  der Serie.

b) Skizzieren Sie das Spektrum als Funktion der Wellenlänge.

**Lösung:** Wir verwenden die Formel von Ritz für die Energien der Spektrallinien im H-Atom bei Übergang von Schale  $m$  in Schale  $n$ :

$E_{m \rightarrow n} = 13.6 eV \cdot (1/n^2 - 1/m^2)$ . In unserem Fall ist  $n = 2$ ,  $\lambda_{max}$  gehört zu  $m = 3$  und  $\lambda_{min}$  zu  $m \rightarrow \infty$ .

m =	3	4	5	6	7	8	$\infty$
E [eV]	1.89	2.55	2.86	3.02	3.12	3.19	3.40
$\lambda$ [nm]	656	486	434	410	397	389	380