Zusammenfassung: Erhaltungsgrößen

PD Dr. K. Reygers

Parität (1)

Paritätsoperator: $P\,\Psi(\vec{r}) = \Psi(\overrightarrow{-r})$

„Verhalten der Wellenfunktion bei Raumspiegelung“

Mögliche Eigenwerte: +1, -1

Beispiel: Kugelflächenfunktionen: $\Psi(\vartheta,\varphi) = Y_l^m(\vartheta,\varphi) = P_l^m(\cos\vartheta)\cdot e^{im\varphi}$

$$\text{Raumspiegelung: } \vartheta \mapsto \pi - \vartheta,\ \pi + \varphi$$

Die Parität der Wasserstoff-Wellenfunktion ist $(-1)^l$

$$P\,\Psi(\vartheta,\varphi) = (-1)^l\,\Psi(\vartheta,\varphi)$$

Parität ist eine multiplikative Quantenzahl:

$$\psi = \psi_a \cdot \psi_b \cdot \ldots \quad \rightarrow \quad \text{Parität} = p_a \cdot p_b \cdot \ldots$$

Parität (2)

Eigenparität: Mesonen lässt sich eine Eigenparität zuordnen, da sie in hadronischen Prozessen einzeln erzeugt werden können

Beispiel: Gesamtparität eines Pion-Zustandes mit Bahndrehimpuls l: $p = p_\pi \cdot (-1)^l$

Eigenparität, unabhängig von Ortswellenfunktion

Dirac-Theorie: Parität eines Fermion-Anti-Fermion-Systems: $p_{\mathrm{f}\bar{\mathrm{f}}} = -1$

Eigenparitäten: $P_{\pi^\pm} = -1,\ P_{\pi^0} = -1,\ \underbrace{P_{\text{Proton}} = +1,\ P_{\text{Anti-Proton}} = -1}_{\text{Konvention}},\ P_\gamma = -1$

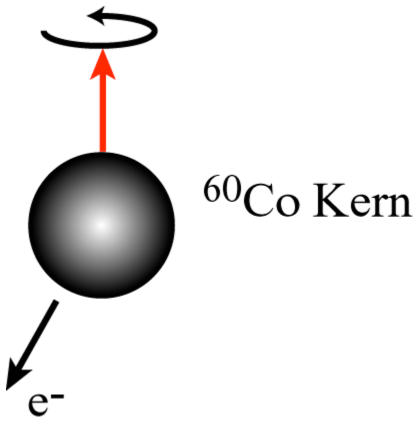
> Parität ist Erhaltungsgröße in e.m. und starker WW, jedoch nicht in schwacher WW

Parität (3)

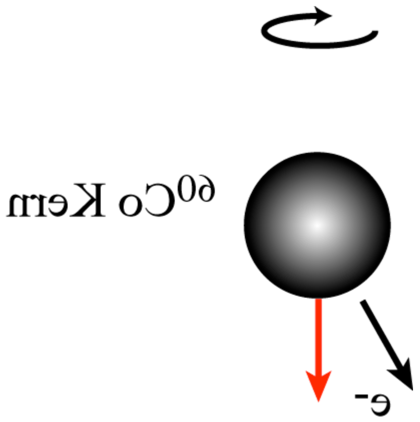
Entdeckung der Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung

Experiment von Wu (1957):

Original:



Spiegelbild:



Elektronen aus dem β-Zerfall werden bevorzugt entgegen der Spin-Richtung ausgesandt

Der gespiegelte Prozess findet nicht statt
⇒ Paritätsverletzung

Parität (4)

Verhalten physikalischer Größen bei Paritätsoperation:

Skalar:	$P(s) = s$		
Pseudoskalar:	$P(p) = -p$	Bsp.:	$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$
Polarer Vektor:	$P(\vec{v}) = -\vec{v}$	Bsp.:	E-Feld $(\vec{E} = -\mathrm{grad}\, V)$
Axialer Vektor:	$P(\vec{a}) = \vec{a}$	Bsp.:	Spin, Drehimpuls $\vec{r} \times \vec{p}$

Das Photon ist ein Vektorteilchen (es wird durch Vektorpotenzial $\vec{A}$ beschrieben) $\Rightarrow$ Seine innere Parität ist -1

Parität (5)

Beispiel 1: Warum ist $\eta \to 2\pi^0$ verboten?

547 MeV,
Spin 0

135 MeV,
Spin 0

$$P_\eta = -1, \quad P(2\pi^0) = P_{\pi^0} \cdot P_{\pi^0} \cdot (-1)^{l=0} = 1$$

Parität wäre verletzt!

Beispiel 2: Paritätsverletzung

$$K^+ \to \underbrace{\pi^+ + \pi^0}$$

l=0

Drehimpulserhaltung: l=0

$$P_{K^+} = -1, \qquad P(\pi^+ + \pi^0) = P_{\pi^+} \cdot P_{\pi^0} \cdot (-1)^{l=0} = +1$$

Die Parität ist verletzt, der Zerfall kann also nur über die schwache WW ablaufen.

Anti-Teilchen

Entdeckung des Positrons durch Carl Anderson (1932):

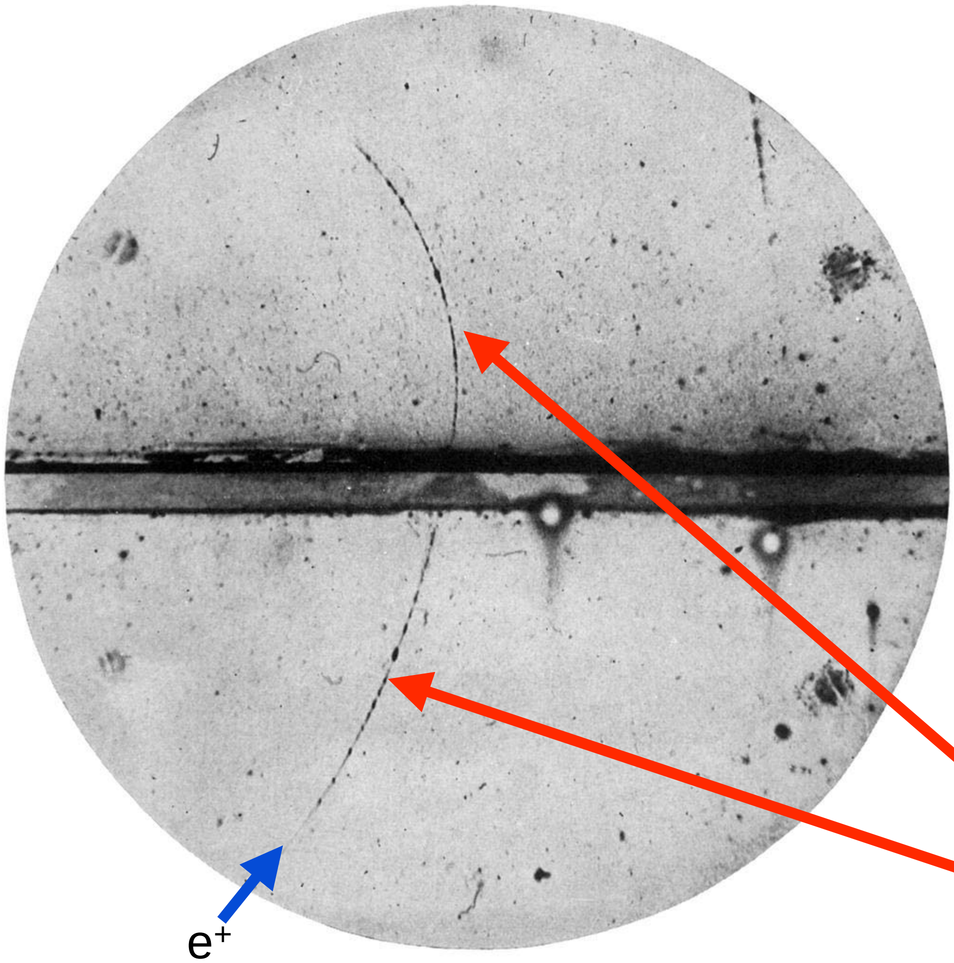
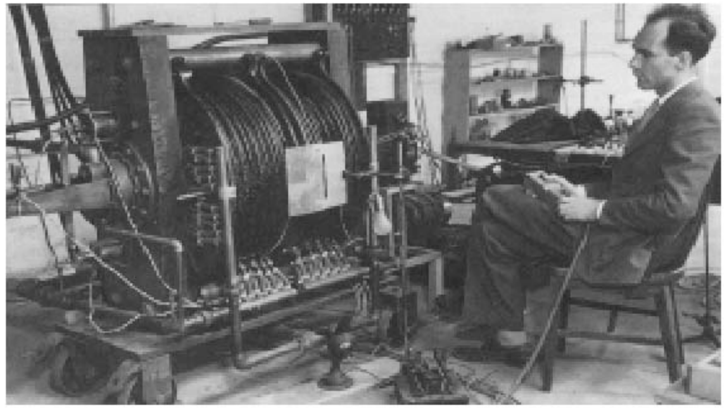


Fig. 1. A 63 million volt positron ($H\rho = 2.1 \times 10^5$ gauss-cm) passing through a 6 mm lead plate and emerging as a 23 million volt positron ($H\rho = 7.5 \times 10^4$ gauss-cm). The length of this latter path is at least ten times greater than the possible length of a proton path of this curvature.



- Positron ist das erste entdeckte Anti-Teilchen
- Nachweis durch Nebelkammeraufnahmen

23 MeV Positron

63 MeV Positron

Ladungskonjugation (1)

Wirkung des Ladungskonjugationsoperators C auf Wellenfunktion:
Ersetzung von Teilchen durch Anti-Teilchen

$$C\left|\pi^+\right\rangle = \underbrace{-}_{\text{Vorfaktor ist eine Sache der Konvention}}\left|\pi^-\right\rangle \;,\; C\left|\pi^0\right\rangle = \left|\pi^0\right\rangle$$

Alle inneren Quantenzahlen (Ladung, Baryonenzahl, Leptonenzahl, Seltsamkeit, ...) ändern ihr Vorzeichen.
Nur Teilchen, die ihre eigenen Anti-Teilchen sind, können Eigenzustände von C sein

Beispiel: Proton-Antiproton $p \mapsto \overline{p}$

$$\begin{array}{llll} Q: & +e & \rightarrow & -e \\ B: & 1 & \rightarrow & -1 \\ \mu: & +\mu_p & \rightarrow & -\mu_p \\ \sigma: & \frac{1}{2} & \rightarrow & \frac{1}{2} \end{array}$$

Anti-Teilchen haben gleiche Masse, Zerfallszeiten, Spin wie die Teilchen, aber entgegengesetzte Ladung, Baryonenzahl, Leptonenzahl und magnetischen Moment

Ladungskonjugation (2)

Mögliche Eigenwerte von C: +1, -1

Eigenzustände von C müssen Ladung Q = 0 besitzen

Eigenzustände: $\gamma,\ \rho,\ \omega,\ \phi:\ C = -1$

$$\pi^0, \eta: \qquad C = +1$$

Zur C-Parität des Photons:
Da e.m. Felder durch Ströme erzeugt werden, deren Richtung sich bei Inversion der Ladung umdrehen, hat das Photon die C-Parität -1.

C-Parität ist multiplikativ

Beispiel: System aus n-Photonen besitzt C-Parität $(-1)^n$

$\boxed{\text{C-Parität ist Erhaltungsgröße in elektromagnetischer und starker WW}}$

Ladungskonjugation (3)

Beispiel 1: $\pi^0 \to 3\gamma$

Verboten, da C nicht erhalten!

($C(3\gamma) = (-1)^3 = -1$)

Beispiel 2: Positronium

Parapositronium (J=0, Spins ↑↓): C = +1
⇒ Zerfall in 2 γ

Orthopositronium (J=1, Spins ↑↑): C = -1
⇒ Zerfall in 3 γ

Beispiel 3: Warum ist $\rho^0 \to \eta + \pi^0$ nicht erlaubt?

$$m_\rho = 770\,\mathrm{MeV}, m_\eta = 547\mathrm{MeV}, m_{\pi^0} = 135\,\mathrm{MeV}$$

$$\rho : \mathrm{Spin}\,1 \qquad \eta,\, \pi^0 : \mathrm{Spin}\,0$$

$$\eta \xrightarrow{38\%} 2\gamma,\ \pi^0 \to 2\gamma \ \Rightarrow\ C(\eta) = C(\pi^0) = (-1)\cdot(-1) = +1$$

Die C-Parität des ρ^0 ist jedoch $C(\rho^0)=-1$

Zeitinvarianz und CPT Theorem

Zeitumkehroperator: Zeit $t \mapsto -t$

Beispiel: $\pi^+ + d \rightarrow p + p, \quad p + p \rightarrow \pi^+ + d$

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{1}{v_a} \cdot |M|^2 \cdot \rho$$

Dichte der Zustände im Phasenraum

Relativgeschwindigkeit der Teilchen im Anfangszustand

T-Invarianz: Matrixelemente |*M*| müssen für beide Reaktionen gleich sein

CPT-Theorem: Jede Feldtheorie ist invariant unter dem Produkt der Operationen CPT

Isospin (1)

$$\psi_{\text{Nukleon}} = \psi_{\text{Ort}} \cdot \psi_{\text{Spin}} \cdot \psi_{\text{Ladung}}$$

Idee: starke Wechselwirkung häng nicht vom Ladungszustand ab

Nukleon wird Isospin I = 1/2 zugeordnet:

(Formalismus völlig analog zum Spin,

z.B. Isopin-Addition)

$$\left| \mathrm{I} \quad \mathrm{I}_3 \right\rangle$$

Proton: $\left| \tfrac{1}{2} \ \tfrac{1}{2} \right\rangle$ "Isospin up"

Neutron: $\left| \tfrac{1}{2} \ -\tfrac{1}{2} \right\rangle$ "Isospin down"

Weitere Teilchen:

$$\text{Pion: } (\pi^-, \pi^0, \pi^+): \ I = 1, \quad m(\pi) \approx 140\,\text{MeV}$$

$$\Delta: (\Delta^-, \Delta^0, \Delta^+, \Delta^{++}): \ I = 3/2, \quad m(\pi) \approx 1230\,\text{MeV}$$

Allg.: Anzahl der Teilchen im Multiplett $n = 2\,I + 1$

$\boxed{I \text{ und } I_3 \text{ sind Erhaltungsgrößen in der starken WW}}$

Beispiel: $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0$

$$I: \ \tfrac{1}{2} \qquad \underbrace{1 \qquad 1 \qquad 1}_{\substack{\text{Gesamtisospin} \\ \text{ganzzahlig}}}$$

Zerfall verboten in starker WW !

Isospin (2): System aus zwei Nukleonen

Addition zweier Isospin ½ Teilchen:

$$\left.\begin{array}{l} I \quad I_3 \\ |1 \quad 1\rangle = p^1 p^2 \\ |1 \quad 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p^1 n^2 + n^1 p^2) \\ |1 \quad -1\rangle = n^1 n^2 \end{array}\right\} \text{Isospin-Triplett}$$

$$|0 \quad 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p^1 n^2 - n^1 p^2) \Big\} \text{Isospin-Singulett}$$

Anwendung:

$$\left.\begin{array}{rlll} \text{Reaktion A}: & p + p & \rightarrow & d + \pi^+ \\ I: & 1 & & 0 \quad 1 \\ \text{Reaktion B}: & p + n & \rightarrow & d + \pi^0 \\ I: & \begin{array}{l} 0: 50\% \\ 1: 50\% \end{array} & & 0 \quad 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \sigma_A = 2 \cdot \sigma_B$$

Isospin (3): Isopin der Kaonen

Experimentell beobachtet zunächst K^+, K^-, K^0. K^+ und K^- sind Teilchen und Anti-Teilchen. K^0 ? Drittes Glied eines Isospintripletts? Nein!

$$
\begin{array}{lcccc}
 & \pi^- + & p & \rightarrow & \Lambda + K^0 \\
I: & 1 & \tfrac{1}{2} & 0 & \tfrac{1}{2} \\
I_3: & -1 & \tfrac{1}{2} & 0 & -\tfrac{1}{2}
\end{array}
$$

halbzahlig (1/2 oder 3/2)

D.h. es gibt zwei Isospindubletts:

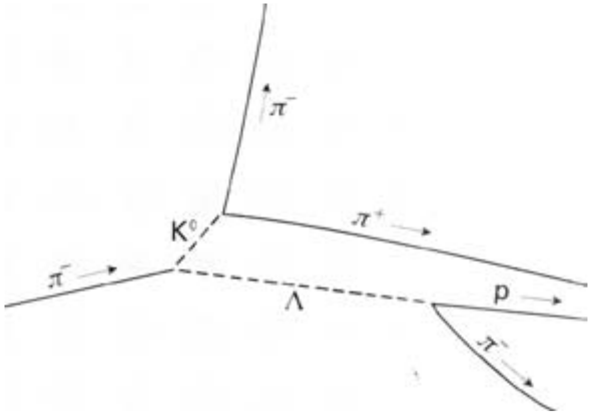
	K^0	K^+
$I:$	$\tfrac{1}{2}$	$\tfrac{1}{2}$
$I_3:$	$-\tfrac{1}{2}$	$\tfrac{1}{2}$
$S:$	1	1

	K^-	$\bar{K}^0$
$I:$	$\tfrac{1}{2}$	$\tfrac{1}{2}$
$I_3:$	$-\tfrac{1}{2}$	$\tfrac{1}{2}$
$S:$	-1	-1

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2}$$

Seltsamkeit

Blasenkammerbild:



Mesonen (B=0):	K^+, K^0 :	$S = +1$
	$\bar{K}^0, K^-$:	$S = -1$
Baryonen (B=1):	$\Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$:	$S = -1$
	Ξ^0, Ξ^- :	$S = -2$
	Ω^- :	$S = -3$

- hohe Produktionsrate von Teilchen mit Seltsamkeit
  ⇒ Erzeugung durch starke WW
- hohe Lebensdauer (T_Λ= 2.6 10^{-10} s)
  ⇒ Zerfall über schwache WW

Strangeness-Erhaltung bei starker Wechselwirkung:
⇒ assoziierte Produktion von Teilchen mit Seltsamkeit

$$\begin{array}{lcccc} & \pi^- + & p \rightarrow & \Lambda + & K^0 \\ S: & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}$$

Erhaltungsgrößen

Erhaltungsgröße	Starke WW	Elektromagne-tische WW	Schwache WW
Energie/Impuls	✓	✓	✓
Ladung	✓	✓	✓
Baryonenzahl B	✓	✓	✓
Leptonenzahl L	✓	✓	✓
Isospin I, I_3	✓	✘	✘
Strangeness S	✓	✓	✘
Charm	✓	✓	✘
Parität P	✓	✓	✘
Ladungskonjugation C	✓	✓	✘
CP	✓	✓	✘
CPT	✓	✓	✓